

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Svařovaná tlaková nádoba

Welded Pressure Vessel

Student:

Tomáš Kubica

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Ostrava 2012

Zadání bakalářské práce

Student:

Tomáš Kubica

Studijní program:

B2341 Strojírenství

Studijní obor:

3901R003 Aplikovaná mechanika

Téma:

Svařovaná tlaková nádoba
Welded Pressure Vessel

Zásady pro vypracování:

1. Rozpracujte teorii řešení tenkostěnných tlakových nádob.
2. Proveďte analytický výpočet tlakové komory jako celku a výpočty potřebných součástí.
3. Rozpracujte základní teorii metody konečných prvků.
4. Proveďte numerickou simulaci tlakové komory pro univerzální zkušební zařízení pomocí metody konečných prvků.
5. Získané výsledky porovnejte.

Seznam doporučené odborné literatury:

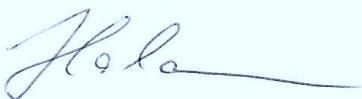
- [1] Lenert, J.: Pružnost a pevnost II, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 1998.
- [2] Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství, Technický průvodce 69, SNTL, Brno, 1989.
- [3] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 1, Vydavatelství CVUT, Praha, 1992.
- [4] Lenert, J.: Úvod do metody konečných prvků, VŠB – TU Ostrava, 1999, ISBN 80 – 7078 – 686 – 8
- [5] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L.: The Finite Element Method (Volume 1 - 3), Butterworth-Heinemann, Oxford 2000, ISBN 0-7506-5049-4
- [6] Macura, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě, VŠB – TU Ostrava, 2001, ISBN 80-7078-934-4

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Martin Fusek, Ph.D.**

Datum zadání: 16.12.2011

Datum odevzdání: 21.05.2012



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě

.....

podpis

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ве́домі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst.3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ве́домі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě

.....

podpis

Jméno a příjmení autora práce: Tomáš Kubica

Adresa trvalého pobytu autora práce: Mezi Cestami 1233, Dolní Lutyně

Anotace bakalářské práce

Kubica,T. *Svařovaná tlaková nádoba: bakalářská práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2012, 39 s., Vedoucí práce: Fusek,M.

Bakalářská práce se zabývá problematikou svařované tlakové nádoby. Cílem práce, je vyřešit statický výpočet tenkostěnné tlakové nádoby, která je zatížena vnitřním přetlakem o velikosti 1MPa. Samotný statický výpočet bude proveden jak analyticky, tak i numerickou metodou. Následně budou výsledky vzájemně porovnávány. Pro dostatečné pochopení látky obsahuje práce i základní teorii a pravidla pro kontrolu tlakových nádob analytickou metodou a zároveň je popsán i průběh numerické metody pomocí MKP v programu MSC Patran.

Annotation of bachelor thesis

Kubica,T. *Welded pressure vessel: bachelor thesis*. Ostrava: VŠB – Technical university of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2012, 39 p. Thesis head: Fusek, M.

This bachelor thesis deals with welded pressure vessel. Goal of this thesis is to solve static calculation of thin-walled pressure vessels, which is loaded with internal pressure of 1MPa. The structural analysis will be performed both analytically and numerical method. This results will be compared with each other. For a sufficient understanding of the substance contains the basic theory of work and rules for the control of pressure vessels as well as the analytical method is described and the course of numerical methods in FEM with program MSC Patran.

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat Ing. Martinu Fuskovi, Ph.D. za pomoc a cenné rady, díky kterým mohla vzniknout tato bakalářská práce.

Obsah:

Seznam použitých označení	- 9 -
1. ÚVOD	- 12 -
1.1 Základní předpoklady statického řešení	- 12 -
2. MEMBRÁNOVÝ STAV ROTAČNĚ SYMETRICKÝCH SKOŘEPIN	- 13 -
2.1 Podmínky vzniku membránového stavu	- 13 -
2.2 Rovnice rovnováhy membránového stavu osově symetrických skořepin	- 14 -
2.3 Osově symetrické zatížení a jeho řešení	- 15 -
3. MEMBRÁNOVÝ STAV OBECNĚ ZATÍŽENÝCH SYMETRICKÝCH SKOŘEPIN	- 18 -
3.1 Základní vztahy pro řešení řadami	- 18 -
4. VÝZTUŽNÁ ŽEBRA PŘENÁŠEJÍCÍ MEMBRÁNOVÉ SÍLY PLÁŠTĚ SKOŘEPINY	- 19 -
4.1 Využití žeber	- 19 -
4.2 Odbočky tlakového potrubí, jejich tvar a zatížení	- 20 -
5. PŘEMÍSTĚNÍ STŘEDNICE SKOŘEPINY ZA MEMBRÁNOVÉHO STAVU ..	- 20 -
5.1 Odvození základních závislostí pro přemístění u , v , w	- 20 -
5.2 Přemístění u osově symetrických zatížení	- 21 -
5.3 Výpočet změny průměru Δr a natočení α při osově symetrickém zatížení	- 22 -
6. OKRAJOVÉ PORUCHY MEMBRÁNOVÉHO NAPĚTÍ PŘI ROTAČNĚ SYMETRICKÉM ZATÍŽENÍ	- 24 -
6.1 Odvození základních rovnic válcové skořepiny kruhového průměru	- 24 -
6.2 Dlouhá válcová nádoba	- 26 -
7. OKRAJOVÉ PORUCHY VE STYKU DVOU TENKOSTĚNNÝCH VÁLCŮ RŮZNÉ TUHOSTI	- 26 -
7.1 Styk dvou válců kruhového průřezu	- 26 -
7.2 Vliv náhlé průřezové změny	- 26 -
7.3 Válec opásaný prstencem a válec s deskovým dnem	- 27 -
8. OSOVĚ SYMETRICKÉ SKOŘEPINY	- 28 -
8.1 Zjednodušené řešení 2 různých osově symetrických skořepin	- 28 -
8.2 Válcová nádoba s kulovým a anuloidovým dnem	- 28 -
9. NAVRHOVÁNÍ TLAKOVÝCH NÁDOB NA PEVNOST	- 29 -
9.1 Úzce lokální špičkové pnutí – posouzení na malocyklovou únavu	- 29 -
9.2 Křehký lom	- 30 -
10. METODA KONEČNÝCH PRVKŮ	- 31 -
10.1 Princip	- 31 -
10.2 Rozdělení modelu na konečné prvky	- 32 -
10.3 Aproximace posuvů	- 32 -

10.4 Vytvoření matice tuhosti a základní rovnice MKP	- 33 -
11. ANALYTICKÝ VÝPOČET	- 35 -
11.1 Výpočet napětí a posuvu na svislé stěně nádoby	- 35 -
11.2 Výpočet napětí na víku nádoby	- 37 -
11.3 Výpočet koncentrace napětí	- 37 -
11.4 Deformačně-napěťový výpočet nohy	- 38 -
12. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ POMOCÍ MKP	- 40 -
12.1 Příprava modelu	- 40 -
12.2 Výsledné hodnoty pro zatížení vlastní vahou	- 43 -
12.3 Výsledné hodnoty pro zatížení vlastní vahou a vnitřním přetlakem 1MPa	- 44 -
12.4 Srovnání výsledků analytické a numerické části	- 49 -
13. ZÁVĚR	- 50 -
14. POUŽITÁ LITERATURA.....	- 51 -

Seznam použitých označení

A	[J]	přetvárná práce vnějších sil
$[A]$	[mm]	matice obsahující hodnoty souřadnic uzlů
b	[mm]	horní poloměr skořepiny
C_1, C_2	[-]	integrační konstanty
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
e	[mm]	excentricita
G	[N]	tíha nádoby
$[G]$	[-]	transformační matice
g	[m/s ²]	gravitační zrychlení
h	[mm]	výška sloupce hladiny
J	[mm ⁴]	kvadratický moment průřezu
K	[N/mm]	tuhost
M_D, M_H	[Nm]	momenty v reakcích modelu
$[M]$	[-]	matice členů polynomů
$[N]$	[-]	matice tvarových funkcí
$N_D, T_D, T_H,$	[N]	síly v reakcích
N_φ	[N]	posouvající síla ve směru rovnoběžky
N_ϑ	[N]	posouvající síla ve směru meridiánu
p_φ	[mm]	plošné zatížení ve směru tečny k rovnoběžce
p_r	[mm]	plošné zatížení ve směru normály
p_ϑ	[mm]	plošné zatížení ve směru tečny k meridiánu
Q_1	[N]	průmět vnějších sil působících na plášť
Q_2	[N]	součet vnějších sil působících na horní okraj
q	[N]	svislá složka zatížení horního okraje
$\{R_p\}$	[N]	uzlové síly od plošného zatížení
$\{R_\varepsilon\}$	[N]	uzlové síly od počátečních deformací

$\{R_\sigma\}$	[N]	uzlové síly od předpětí
$\{R\}$	[N]	vnější zobecněné uzlové síly
$\{r\}$	[mm]	vektor posuvů
r_ϑ	[mm]	poloměr v meridiánovém směru
r, R	[mm]	poloměr nádoby
r_φ	[mm]	poloměr ve směru rovnoběžky
S	[N]	vnitřní síla
S_U	[mm ²]	plocha U tyče
S_φ	[N]	smyková síla ve směru rovnoběžky
S_ϑ	[N]	smyková síla ve směru meridiánu
s	[mm]	délka obvodu kružnice před deformací
U	[J]	potenciální energie deformace vnitřních sil
u	[mm]	přemístění ve směru rovnoběžky
$\{u\}$	[mm]	vektor posunutí
v	[mm]	přemístění ve směru tečny k meridiánu
w	[mm]	přemístění ve směru normály, průhyb
$\{\alpha\}$	[-]	vektor neznámých koeficientů α
α	[°]	úhel pootočení po deformaci
α_K	[-]	koeficient koncentrace napětí
$\{\Delta\}$	[mm]	vektor zobecněných posuvů pro prvky všechny
Δr_φ	[mm]	změna poloměru zakřivení
Δr	[mm]	změna poloměru po deformaci
Δs	[mm]	změna obvodu kružnice po deformaci
δ	[mm]	tloušťka stěny nádoby
$\{\varepsilon\}$	[-]	vektor přetvoření
ε_φ	[-]	deformace ve směru rovnoběžky
ε_ϑ	[-]	deformace ve směru meridiánu
ϑ	[°]	úhel druhého hlavního řezu

Π	[J]	potenciální energie systému
ρ	[kg/m ³]	hustota
σ^{HMH}	[MPa]	redukované napětí
σ_m	[MPa]	meridiánové napětí
σ_t	[MPa]	tečné napětí
φ	[°]	úhel jednoho hlavního řezu

1. ÚVOD

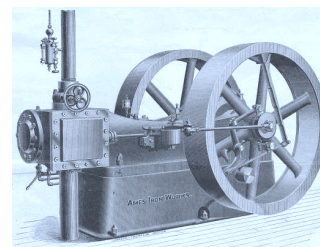
Tlakovou nádobou rozumíme uzavřený prostor, který slouží k udržení kapalin nebo plynů, jejichž tlak se liší od tlaku atmosférického. Tlakové nádoby jsou v dnešní době již nezbytnou součástí většiny průmyslových odvětví, ale můžeme se s nimi setkat i v samotné domácnosti. Jako příklad uvedme kompresory, bojler, destilační věže, přetlakové komory,



I Ponorka-příklad tlakové nádoby

autoklávy, jaderné reaktory, pneumatické a hydraulické nádrže, nádoby na pracovní plyny jako LPG, amoniak, chlor, propan a butan a v neposlední řadě také ponorky, kosmické lodě, v ropných rafinériích a petrochemických závodech.

Historicky první tlakové nádoby se objevily v době průmyslové revoluce, zejména ve Velké Británii a to jako kotle pro výrobu horké páry, která sloužila pro pohon parních strojů. A jelikož docházelo ke spoustě explozí způsobené vysokým tlakem, které nemohly nádoby vydržet, muselo dojít k normalizaci těchto nádob a tím zvýšení bezpečnosti.



II Parní stroj



III Moderní tlaková nádoba

Celkový postup návrhu tlakové nádoby, od prvotního výběru materiálu, přes konstrukci a pevnostní kontrolu až po samotnou výrobu nádoby, je uveden v normě ČSN 69 0010 – Tlakové nádoby stabilní. V rámci této bakalářské práce se zaměříme pouze na samotnou pevnostní kontrolu již navržené tenkostěnné tlakové nádoby.

1.1 Základní předpoklady statického řešení

Z definice tenké skořepiny vyplývá, že její tloušťka je vůči ostatním rozměrům zanedbatelná, proto zanedbáváme i hodnotu normálního napětí kolmého na střední plochu.

U tenkých skořepin předpokládáme, že body ležící na normále před deformací budou ležet i po deformaci na přímce kolmé k deformované střednici. Tento předpoklad obsahuje

dvě podmínky. První předpokládá přímkovou deformaci (zanedbává účinek tzv. borcení příčných průřezů. Druhá podmínka počítá s tím, že tato přímka zůstane kolmá i k deformovanému tvaru střednice. Posledním předpokladem statického řešení počítá s tím, že přemístění jednotlivých bodů bude malé vzhledem k tloušťce průřezu a to zejména u deformace střednice.

Obecně máme při řešení nádob 10 neznámých vnitřních sil a momentů, to znamená, že řešení je obecně staticky neurčitě. K dokonalému určení vnitřních sil by bylo třeba použít kromě statických podmínek i podmínky deformační. Avšak pro některé způsoby zatížení a typy skořepin lze úlohu řešit jen z podmínek rovnováhy, musí však splňovat řadu podmínek. Takto upravenou úlohu nazýváme jako tzv. membránový stav skořepin.

2. MEMBRÁNOVÝ STAV ROTAČNĚ SYMETRICKÝCH SKOŘEPIN

2.1 Podmínky vzniku membránového stavu

V praxi se často setkáváme s úlohami, kdy obecný stav napjatosti vyvolaný vnitřními silami bude značně zjednodušen tím, posouvající síly Q_1 a Q_2 i ohybové momenty a kroucí momenty M_1 , M_2 a M_{12} budou přímo nulové nebo tak malé, že je budeme moct na větší části skořepiny zanedbat. Toto je stav, kdy je materiál na stavbu konstrukce nejlépe využit. Ideální z hlediska minima váhy je navrhnout takový tvar konstrukce, který při vnějším zatížení vyvolá jen membránový stav (například tenká koule). Skořepina se chová jako membrána, pokud průběh napětí po tloušťce materiálu bude všude konstantní. Tomuto napětí říkáme membránové. Toto membránové napětí tvoří u rotačně symetrických skořepin jen normální síly N_θ a N_φ a síly smykové S_θ a S_φ . Základním předpokladem vzniku membránového stavu je, že způsob zatížení i uložení skořepiny musí být takový, aby byla všude možná rovnováha pouze z membránových sil. Z toho hlediska můžeme rozebrat některé zásady nutné pro zachování membránového stavu ve skořepinových konstrukcích.

- a) V převážné většině úloh musíme v místech náhlých lomů a nespojitostí zabránit velkým deformacím nebo špičkám napětí konstrukčním řešením (například vložení žebra do místa proniku 2 koulí apod.).
- b) Podmínky rovnováhy, možné pouze membránovými silami, musí být zajištěny i v uložení skořepiny.
- c) Podepření, ale i vyztužení skořepiny by však mělo být zajištěno i tak, aby pokud možno nebránilo volné deformaci pláště skořepiny.

- d) Pro dosažení membránového stavu musíme klást podmínky i na způsob zatížení. Snažíme se používat taková vnější zatížení, aby působila ve směru tečny ke střednici (například u volby uložení nádoby).

2.2 Rovnice rovnováhy membránového stavu osově symetrických skořepin

K dimenzování skořepin je třeba najít velikosti vnitřních sil. necht' je proto rotačně symetrická skořepina namáhána vnějším obecným zatížením plošným, jehož složky jsou ve směru normály p_r , tečny k meridiánu p_ϑ a tečny k rovnoběžce p_φ . Pro výpočet vnitřních sil, které toto zatížení vyvolá, použijeme podmínek rovnováhy na uvolněném elementu. Skutečné silové veličiny působící na tento element dostaneme vynásobením příslušné membránové velikosti vnitřních sil (N_ϑ , N_φ , S_ϑ , S_φ) délkou elementu na kterém působí.

- a) Jako první podmínku rovnováhy si napíšeme momentovou podmínku ke středu prvku. po zanedbání veličin vyšších řádů dostaneme

$$S_\vartheta \cdot r \cdot d\varphi \cdot r_\vartheta \cdot d\varphi - S_\varphi \cdot r_\vartheta \cdot d\varphi \cdot r \cdot d\varphi = 0 \quad (2.1)$$

což je vztah analogický k zákonu o vzájemnosti smykových napětí. Platí za předpokladu, že poloměry křivosti jsou podstatně větší než tloušťka skořepiny.

- b) Dále použijeme součtovou podmínku rovnováhy. Sečteme všechny síly působící na element ve směru normály. S přihlédnutím na znaménka získáme rovnici:

$$N_\vartheta \cdot r \cdot d\varphi \cdot d\vartheta + N_\varphi \cdot r_\vartheta \cdot \sin \vartheta \cdot d\varphi \cdot d\vartheta - p_r \cdot r \cdot r_\vartheta \cdot d\varphi \cdot d\vartheta = 0 \quad (2.2)$$

Dosazením za $r = r_\varphi \cdot \sin \vartheta$ a úpravou vzniklé rovnice dostaneme:

$$\frac{N_\vartheta}{r_\vartheta} + \frac{N_\varphi}{r_\varphi} = p_r \quad (2.3)$$

- c) Nyní provedeme součet všech sil ve směru tečny k meridiánu. Úpravou rovnice získáme 3. rovnici rovnováhy.

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} (N_\vartheta \cdot r_\varphi \cdot \sin \vartheta) + \frac{\partial S}{\partial \varphi} r_\vartheta - N_\varphi \cdot r_\vartheta \cdot \cos \vartheta = -p_\vartheta \cdot r_\vartheta \cdot r_\varphi \cdot \sin \vartheta \quad (2.4)$$

- d) Jako poslední provedeme průmět všech sil do směru tečny k rovnoběžce. Opět sečtením všech těchto složek, následnou úpravou za použití rovnice z odstavce a) dostaneme.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} N_{\varphi.r_{\vartheta}} + \frac{\partial}{\partial \vartheta} (S.r_{\varphi} \cdot \sin \vartheta) + S.r_{\vartheta} \cdot \cos \vartheta = -p_{\varphi} \cdot r_{\vartheta} \cdot r_{\varphi} \cdot \sin \vartheta \quad (2.5)$$

Jako výsledek řešení podmínek rovnováhy jsme dostali 3 rovnice pro 3 neznámé vnitřní síly S , N_{φ} a N_{ϑ} . Úloha je tedy staticky určitá.

2.3 Osově symetrické zatížení a jeho řešení

V předchozí kapitole jsme si odvodili rovnice rovnováhy membránového stavu osově symetrických skořepin pro případ obecného zatížení. V praxi lze často redukovat úlohu jen pro zatížení osově symetrické. Mezi základní a nejvíce vyskytující se druhy osově symetrických zatížení řadíme:

- a) vnitřní nebo vnější přetlak
- b) hydrostatický přetlak či podtlak
- c) vlastní tíha
- d) tíha sněhu

ad a) Vnitřní přetlak (podtlak) působí kolmo ke střednicové ploše. Proto budou složky $p_{\varphi} = p_{\vartheta} = 0$ a zůstane pouze $p_r = konst.$

ad b) Hydrostatický přetlak (podtlak) se bude lišit jen tím, že je přímo závislý na výšce sloupce kapaliny. Proto bude:

$$p_r = h\rho g$$

kde:

ρ hustota kapaliny [kg/m^3]

g gravitační zrychlení [m.s^{-2}]

h výška sloupce kapaliny [m]

ad c) Vlastní tíha působí ve směru gravitace a proto ji bude nutno rozložit na 2 složky. Jednu ve směru normály a druhou ve směru tečny k meridiánu. Předpokládáme, že osa skořepiny je shodná se směrem tíže a že vlastní tíha jedné plošné jednotky skořepiny je p_v . Potom bude:

$$p_r = -p_v \cos \vartheta$$

$$p_{\vartheta} = p_v \sin \vartheta$$

$$p_{\varphi} = 0$$

ad d) Tíhu sněhu působící na jednu plošnou jednotku označíme p_s . Předpokládáme, že působí na půdorys plochy, tím zajistíme to, že na ploché střeše je sněhu víc než na šikmé střeše stejné plochy. Výslednice tíhy sněhu potom bude:

$$p_s \cos \vartheta dF$$

Její složky jsou potom do směru normály a tečny p_r a p_{ϑ} . To znamená:

$$p_r = -p_s \cos^2 \vartheta$$

$$p_{\vartheta} = p_s \sin \vartheta \cos \vartheta$$

$$p_{\varphi} = 0$$

Nyní můžeme přejít k samotnému řešení vnitřních sil systému z rovnic (2.3) (2.4) a (2.5). Ze symetrie vyplývá, že smykové síly S v základní rovnici budou rovny 0, proto nám zbudou pouze 2 neznámé složky a to N_{φ} a N_{ϑ} pro které dostaneme následující 2 rovnice:

$$\frac{N_{\vartheta}}{r_{\vartheta}} + \frac{N_{\varphi}}{r_{\varphi}} = p_r \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{d\vartheta}(N_{\vartheta} \cdot r) - N_{\varphi} \cdot r_{\vartheta} \cdot \cos \vartheta = -p_{\vartheta} \cdot r \cdot r_{\vartheta}$$

V rovnicích se již nevyskytují znaménka parciálních derivací, neboť v případě osové symetrických zatížení máme jen jednu proměnnou a to ϑ , protože pro φ jsou hodnoty vzhledem k osové symetrii konstantní.

Dosazením první rovnice z (2.6) do druhé a následnými úpravami získáme finální rovnici:

$$N_{\vartheta} 2\pi r \sin \vartheta = \int (p_r \cos \vartheta - p_{\vartheta} \sin \vartheta) 2\pi r r_{\vartheta} d\vartheta + 2\pi C \quad (2.7)$$

Levá strana této rovnice odpovídá průmětu vnitřních sil N_{ϑ} do osy rotace v místě spodního řezu (tam kde velikost vnitřních sil hledáme, tedy v místě určeném úhlem ϑ), kdežto pravá strana vyjadřuje průmět všech vnějších sil působících na část skořepiny (od horního okraje až po místo, kde hledáme N_{ϑ}) do osy skořepiny. Je-li skořepina otevřená,

pak sem musíme započítat i průmět sil 2 působících na horní okraj nádoby. Lze proto psát, že:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (2.8)$$

kde:

Q_1 průmět všech vnějších sil působících na plášť skořepiny do osy rotace a odpovídá v rovnici (2.7) výrazu s integračním znaménkem

Q_2 součet vnějších sil působících na horní okraj rotační nádoby, promítnuty též do osy rotace

Pak platí:

$$Q_1 = 2\pi \int (p_r \cos \vartheta - p_\vartheta \sin \vartheta) r r_\vartheta d\vartheta$$

$$Q_2 = 2\pi C = 2\pi b q$$

kde:

b horní poloměr skořepiny

q svislá složka zatížení horního okraje, v případě uzavřené horní části bude $q = 0$ a z toho vyplývá, že $Q_2 = 0$

Ve většině případů symetrického zatížení bude vhodnější vycházet při řešení N_ϑ přímo ze statického řešení a nepoužívat integrace jako v rovnici (2.7). Díky tomu se podaří určit výslednici vnějších sil rychleji, než kdybychom k stejnému výsledku došli pomocí integrace. Statické řešení udává rovnováhu mezi vnitřními silami danými výrazem $N_\vartheta 2\pi r \sin \vartheta$ působícími na spodní část skořepiny a vnějšími silami Q , jako výslednicemi zatížení působícího dle (2.8) na plášť

$$N_\vartheta 2\pi r \sin \vartheta = Q$$

A to můžeme upravit na:

$$N_\vartheta = \frac{Q}{2\pi r \sin \vartheta} = \frac{Q}{2\pi r_\vartheta \sin^2 \vartheta} \quad (2.9)$$

Tímto se nám tedy výpočet vnitřních membránových sil na straně rotačně symetricky zatížené skořepiny redukoval na řešení 2 algebraických rovnic. Nejprve tedy z rovnice (2.9) vyjádříme hodnotu N_ϑ a potom výsledek dosadíme do první rovnice systému (2.6) a tím získáme 2 neznámou N_φ .

Pro teorii této kapitoly jsem čerpal z literatury [1] a [3], viz použitá literatura.

3. MEMBRÁNOVÝ STAV OBECNĚ ZATÍŽENÝCH SYMETRICKÝCH SKOŘEPIN

3.1 Základní vztahy pro řešení řadami

Rozdíl oproti symetrickému zatížení spočívá v tom, že zatížení i vnitřní síly jsou funkcemi obou proměnných φ a ϑ , tím se nám řešení poněkud komplikuje.

Budeme opět vycházet ze systému 3 rovnic (2.3) (2.4) a (2.5), kdy algebraickou rovnici (2.3) dosadíme do diferenciálních rovnic (2.4) a (2.5). Tím se nám podaří eliminovat N_φ a po úpravě přejde celá soustava na dvě parciální diferenciální rovnice prvního řádu.

$$\begin{aligned} r_\vartheta \frac{dN_\vartheta}{d\vartheta} \sin \vartheta + (r_\vartheta + r_\varphi) N_\vartheta \cos \vartheta + r_\varphi \frac{dS}{d\varphi} &= -r_\varphi r_\vartheta (p_\vartheta \sin \vartheta - p_r \cos \vartheta) \\ r_\vartheta \frac{dS}{d\vartheta} \sin \vartheta + 2r_\varphi S \cos \vartheta - r_\vartheta \frac{dN_\vartheta}{d\varphi} &= -r_\varphi r_\vartheta \left(p_\varphi \sin \vartheta + \frac{dp_r}{d\varphi} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Při řešení na konkrétních úlohách se využívá rozkladu vnějšího zatížení v řadu Fourierovu.

Jak víme, lze libovolné periodické funkce zatížení $p_r(\varphi, \vartheta)$; $p_\vartheta(\varphi, \vartheta)$ a $p_\varphi(\varphi, \vartheta)$ zapsat následujícím způsobem:

$$\begin{aligned} p_r &= \sum_0^\infty p_{rn} \cos n\varphi + \sum_1^\infty \overline{p_{rn}} \sin n\varphi \\ p_\vartheta &= \sum_0^\infty p_{\vartheta n} \cos n\varphi + \sum_1^\infty \overline{p_{\vartheta n}} \sin n\varphi \\ p_\varphi &= \sum_1^\infty p_{\varphi n} \sin n\varphi + \sum_0^\infty \overline{p_{\varphi n}} \cos n\varphi \end{aligned}$$

kde p_{rn} , $\overline{p_{rn}}$, $p_{\vartheta n}$, $\overline{p_{\vartheta n}}$, $p_{\varphi n}$, $\overline{p_{\varphi n}}$ jsou funkcemi proměnné φ . Právě sumace v každém výrazu předcházejícího součtu vyjadřuje symetrické zatížení a druhá zatížení antimetrické vzhledem k rovině meridiánu $\varphi = 0$. Takto lze vyjádřit i neznámé membránové síly:

$$\begin{aligned} N_{\vartheta} &= \sum_0^{\infty} N_{\vartheta n} \cos n\varphi + \sum_1^{\infty} \overline{N_{\vartheta n}} \sin n\varphi \\ N_{\varphi} &= \sum_0^{\infty} N_{\varphi n} \cos n\varphi + \sum_1^{\infty} \overline{N_{\varphi n}} \sin n\varphi \\ S &= \sum_1^{\infty} S_n \sin n\varphi + \sum_0^{\infty} \overline{S_n} \cos n\varphi \end{aligned} \quad (3.2)$$

Dosadíme-li tedy výrazy p_r , p_{ϑ} , p_{φ} (vnější zatížení) a N_{ϑ} , N_{φ} , S (vnitřní síly) do rovnic (3.1), tak se členy obsahující \cos a \sin se vykrátí a získáme systém diferenciálních rovnic obyčejných. Pro symetrickou část tak bude platit:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\vartheta n}}{d\vartheta} + \left(1 + \frac{r_{\varphi}}{r_{\vartheta}}\right) N_{\vartheta n} \cotg \vartheta + n \frac{r_{\varphi}}{r_{\vartheta}} \frac{S_n}{\sin \vartheta} &= r_{\varphi} (-p_{\vartheta n} + p_{rn} \cotg \vartheta) \\ \frac{dS}{d\vartheta} + 2 \frac{r_{\varphi}}{r_{\vartheta}} S_n \cotg \vartheta + n \frac{N_{\vartheta n}}{\sin \vartheta} &= r_{\varphi} \left(-p_{\varphi n} + \frac{n}{\sin \vartheta} p_{rn}\right) \end{aligned}$$

Pro antimetrické zatížení se systém bude lišit pouze označením a to místo $N_{\vartheta n}$ bude $\overline{N_{\vartheta n}}$ atd. Řešení pomocí Fourierovy řady však nestačí na pokrytí všech důležitých úloh, proto používáme obecnější metodu založenou na využití komplexní proměnné.

Pro bližší seznámení s problematikou k nahlédnutí v [3].

4. VÝZTUŽNÁ ŽEBRA PŘENÁŠEJÍCÍ MEMBRÁNOVÉ SÍLY PLÁŠTĚ SKOŘEPINY

4.1 Využití žeber

Jak již bylo uvedeno v druhé kapitole, aby mohl vzniknout membránový stav, musí být v každém bodě střednicové plochy skořepiny vnější zatížení v přímé rovnováze s membránovými silami, bez ohybových momentů. V některých případech, kdy skořepina není schopna svými membránovými silami vzdorovat vnějšímu zatížení, je nutné navrhnout žebro. Žebro potom přenáší to zatížení, které nemůže přenést membrána. U membrány

předpokládáme, že její ohybová tuhost je vůči ohybové tuhosti žebra zanedbatelná. Vložením žebra tedy získáme vhodné podmínky k vytvoření rovnováhy pouze z membránových sil. Nevýhoda spočívá v tom, že rozdílnou tuhostí vzniknou v okolí žeber druhotná ohybová napětí. Díky vzniklé rovnovážné soustavě primárních vnitřních sil (membránových) jsou tato druhotná napětí posuzována poněkud benevolentněji (druhotná napětí jsou díky zabezpečení rovnováhy žebrem schopna přizpůsobit se přetížení).

4.2 Odbočky tlakového potrubí, jejich tvar a zatížení

Při navrhování se musíme zaměřit taky na místa, kde se protínají osy jednotlivých potrubních systémů. Zde se navrhuje tvarové kusy potrubí (odbočky), které zaručují odbočení hlavního potrubí do dvou i více dalších vedlejších potrubí. Odbočky můžeme dělit na válcové, kuželové, kulové nebo i složené ze segmentů. Tvar nezáleží jen na statických podmínkách, ale taky na minimálních tlakových ztrátách při proudění v potrubí. Dále můžeme odbočky lišit podle osy odbočení a to na symetrické, šikmé a kolmé.

Do míst proniku vkládáme žebro sledující pronikovou křivku. Toto žebro přebírá stejnou funkci jako v předchozí podkapitole. To znamená, že přebírá koncové membránové síly, které plášť není schopen pojmout do membránového rovnovážného stavu. Velikost membránových sil, mající hlavní podíl na dimenzování žebra je ovlivněna nejede velikostí přetlaku a průměrem odbočky, ale i volbou dilatací, eventuálně i umístěním pevných bodů potrubního systému. Pro ocelové válcové potrubí máme 3 nejčastější krajní případy:

- a) Posunu potrubí není zabráněno v žádném směru
- b) Posunu potrubí je v osovém směru bráněno nebo částečně bráněno
- c) Posunu potrubí je v radiálním směru bráněno nebo částečně bráněno

Celkový postup včetně veškerých výpočtů k nalezení v literatuře [3].

5. PŘEMÍSTĚNÍ STŘEDNICE SKOŘEPINY ZA MEMBRÁNOVÉHO STAVU

5.1 Odvození základních závislostí pro přemístění u , v , w

Naším cílem v této kapitole bude určení přemístění střednice ve všech 3 směrech a to:

- a) w ...přemístění ve směru normály
- b) v ...přemístění ve směru tečny k meridiánu

c) u...přemístění ve směru rovnoběžky

Než přistoupíme k samotnému řešení, budeme předpokládat, že známe stav napjatosti, to znamená velikosti $N_\vartheta, N_\varphi, S$. Z HOOK-ova zákona můžeme tedy vyjádřit velikost relativních deformací:

$$\epsilon_\vartheta = \frac{1}{E\delta} (N_\vartheta - \mu N_\varphi); \quad \epsilon_\varphi = \frac{1}{E\delta} (N_\varphi - \mu N_\vartheta); \quad \gamma = \frac{2(1+\mu)}{E\delta} S \quad (5.1)$$

Naším cílem tedy bude určit relativní deformace $\epsilon_\vartheta, \epsilon_\varphi, \gamma$ v závislosti na přemístění u, v, w . Z těchto vztahů už lehce pomocí (5.1) najdeme závislost mezi známými silami $N_\vartheta, N_\varphi, S$ a neznámými posuvy u, v, w .

Sestrojíme si tedy jednoduchý grafický model, na kterém si naznačíme body A, B, C před deformací a body A', B', C', které naznačují posun o hodnotu u, v, w po deformaci. Následným vyjádřením jednotlivých závislostí a matematickou úpravou získáme vzorec pro výpočet ϵ_ϑ a obdobně pro ϵ_φ a γ a to:

$$\epsilon_\vartheta = \frac{1}{r_\vartheta} \left(w + v' \left(1 + \frac{w}{r_\vartheta} \right) \right) \quad (5.2)$$

$$\epsilon_\varphi = \frac{ds'_\varphi - ds_\varphi}{ds_\varphi} = \frac{1}{r} (u' + v \cos \vartheta + w \sin \vartheta) = \frac{1}{r_\varphi} (u' + w + v \cotg \vartheta) \quad (5.3)$$

$$\gamma = \frac{u'}{r_\vartheta} - \frac{u}{r_\varphi} \cotg \vartheta + \frac{v'}{r_\varphi \sin \varphi} \quad (5.4)$$

Rovnice (5.2), (5.3) a (5.4) nám popisují jednoznačné závislosti mezi relativními deformacemi $\epsilon_\vartheta, \epsilon_\varphi$ a γ a posuvy u, v a w . Pomocí HOOK-ova zákona (5.1) pak dostaneme závislost mezi membránovými silami $N_\vartheta, N_\varphi, S$ a posuvy u, v a w .

5.2 Přemístění u osově symetrických zatížení

Jak bylo vysvětleno v druhé kapitole, je řešení membránového stavu staticky určitá úloha, proto nám rovnice (2.3), (2.4) a (2.5) postačí k určení membránových sil N_ϑ, N_φ a S . Tyto hodnoty potom můžeme dosadit do systému (5.1) a získáme $\epsilon_\vartheta, \epsilon_\varphi, \gamma$ a následně z rovnic (5.2), (5.3) a (5.4) posuvy u, v a w . U osově symetrických skořepin s osově symetrickým zatížením zůstává i přemístění osově symetrické, z toho vyplývá, že přemístění $u = 0$. Nulové budou i všechny derivace přemístění podle φ . Pak tedy dostaneme:

$$\varepsilon_{\vartheta} = \frac{1}{r_{\vartheta}} \left(w + \frac{dv}{d\vartheta} \right) \quad (5.5)$$

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{1}{r_{\varphi}} (w + v \cotg \vartheta) \quad (5.6)$$

$$\gamma = 0$$

Nyní musíme najít vztahy pro přemístění v a w v závislosti na deformaci ε_{ϑ} a ε_{φ} , eventuálně na membránových silách N_{ϑ} a N_{φ} . Z rovnic (5.5) a (5.6) tedy nejprve eliminujeme w :

$$\frac{r_{\vartheta} \varepsilon_{\vartheta} - r_{\varphi} \varepsilon_{\varphi}}{\sin \vartheta} = \frac{1}{\sin \vartheta} \left(\frac{dv}{d\vartheta} - v \cotg \vartheta \right) = \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{dv}{d\vartheta} - v \frac{\cos \vartheta}{\sin^2 \vartheta} = \frac{d}{d\vartheta} \frac{v}{\sin \vartheta}$$

Odtud pro posuv v ve směru meridiánu bude:

$$v = \sin \vartheta \left[\int \frac{r_{\vartheta} \varepsilon_{\vartheta} - r_{\varphi} \varepsilon_{\varphi}}{\sin \vartheta} d\vartheta + C \right] \quad (5.7)$$

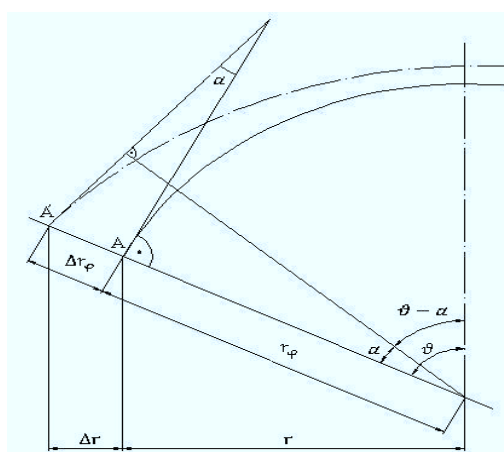
Dosazením do (5.6) bude:

$$w = r_{\varphi} \varepsilon_{\varphi} - v \cotg \vartheta = r_{\varphi} \varepsilon_{\varphi} - \cos \vartheta \left[\int \frac{r_{\vartheta} \varepsilon_{\vartheta} - r_{\varphi} \varepsilon_{\varphi}}{\sin \vartheta} d\vartheta + C \right] \quad (5.8)$$

Známe-li tedy velikost membránových sil N_{ϑ} a N_{φ} , můžeme pomocí rovnic (5.1) spočítat z rovnic (5.7) a (5.8) posuvy v a w .

5.3 Výpočet změny průměru Δr a natočení α při osově symetrickém zatížení

Při výpočtech nádob, složených z více částí, se často setkáváme s případem, kdy chceme zjistit v místě napojení změnu poloměru Δr (přemístění kolmé k ose symetrie) a natočení



I Grafické znázornění deformace

tečny k meridiánu α .

Změnu poloměru zakřivení Δr_{φ} vypočteme u rotačně symetrických skořepin s rotačně symetrickým zatížením přímo z definice pro relativní deformaci:

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{\Delta r_{\varphi}}{r_{\varphi}}$$

Protože změnu přemístění do směru kolmého k ose dostaneme přímo průmětem, pak musí platit:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\Delta r}{r}$$

A dosazením do HOOK-ova zákona z (5.1) bude:

$$\Delta r = \frac{r}{E\delta} (N_\varphi - \mu N_\vartheta)$$

Lze tedy říct, že hodnotu Δr můžeme přímo určit z velikostí membránových sil.

Výpočet natočení α tečny k meridiánu je naznačen na obrázku na začátku této kapitoly. Z něho můžeme vyjádřit, že při natočení z původní polohy dojde k pootočení o:

$$\frac{dw}{dS_\vartheta} = \frac{dw}{r_\vartheta d\vartheta}$$

Při kladném přírůstku dw bude toto pootočení ve směru proti předcházejícímu pootočení $\frac{v}{r_\vartheta}$. Výsledná změna polohy tečny k meridiánu bude proto dána úhlem:

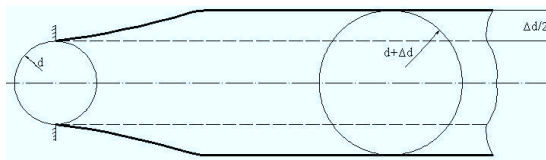
$$\alpha = \frac{v}{r_\vartheta} - \frac{dw}{r_\vartheta d\vartheta} = \frac{1}{r_\vartheta} \left(v - \frac{dw}{d\vartheta} \right)$$

Budeme jen považovat za kladný, bude-li normála po přetvoření svírat s osou skořepiny úhel $\alpha + \vartheta > \vartheta$.

V této kapitole bylo čerpáno z literatury [3].

6. OKRAJOVÉ PORUCHY MEMBRÁNOVÉHO NAPĚTÍ PŘI ROTAČNĚ SYMETRICKÉM ZATÍŽENÍ

6.1 Odvození základních rovnic válcové skořepiny kruhového průměru



II Příklad deformace vetknuté nádoby

Jak již bylo uvedeno v 2. kapitole, jednou z podmínek čistě membránového stavu je zajištění příslušné deformace a statické rovnováhy pouze membránovými silami. Jak můžeme vidět na obrázku V, tak samotné membránové síly často nestačí. V místě vetknutí je tělesu zabráněno ve volné deformaci a proto i po zatížení tlakem má svůj původní průměr d . Naopak ve vzdálenějších místech průměr postupně narůstá až po hodnotu, která odpovídá membránovému stavu $(d+\Delta d)$. Z toho důvodu dostaneme v okolí vetknutí místo tvořící přímky křivku a našim cílem tedy bude určení celkového stavu napjatosti a velikost vzniklých ohybových momentů, které vyplývají ze změny křivosti již zmiňované přímky.

Po zavedení souřadnicového systému, kdy ve směru osy máme souřadnici x , ve směru obvodu souřadnici φ , využijeme podmínek rovnováhy. Uvolníme si tedy z deformovaného tělesa element délky ve směru osy dx , šířky $rd\varphi$ a tloušťky δ . Součtová podmínka všech sil působících ve směru normály prvku bude:

$$T rd\varphi - (T + dT)rd\varphi - N_\varphi dx d\varphi + p r d\varphi dx = 0$$

Průmětem obvodové síly do směru normály dostaneme:

$$\frac{dT}{dx} + \frac{N_\varphi}{r} = p(x) \quad (6.1)$$

A z momentové výminky plyne:

$$\frac{dM_x}{dx} = T$$

Z podmínek rovnováhy máme 2 rovnice o 3 neznámých a to M_x , T a N_φ . Úloha je tedy oproti membránovému stavu staticky neurčitá a je třeba zavést deformační podmínky. Proto je třeba zavést neznámé přemístění střednice ve směru normály w . Díky tomu lze vyjádřit

závislost pro ohybový moment M_x , derivaci posouvající síly $\frac{dT}{dx}$ a normálnou sílu N_φ . Dle obrázku V lze v osové směru pruh šířky $rd\varphi=l$ pokládat za nosník ohybové tuhosti:

$$K = EJ = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)} \quad (6.2)$$

Pro nosník platí známé vztahy mezi přemístěním w , ohybovými momenty a posouvajícími silami a z nich plyne:

$$\frac{dT}{dx} = K \frac{d^4w}{dx^4} \quad (6.3)$$

Tímto jsme získali vztah pro první člen rovnice (6.1). Obdobným způsobem vyjádříme i člen druhý (obsahující N_φ). U osově symetrických úloh lze předpokládat že pro relativní deformaci střednice v obvodovém směru ε_φ bude:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\Delta s}{s} = \frac{2\pi(r+w) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{w}{r}$$

kde:

s délka obvodu kružnice před deformací

Δs změna obvodu po roztažení

Pokud nyní dosadíme rovnici ε_φ do Hook-ova zákona a upravíme, dostaneme:

$$N_\varphi = E\delta\varepsilon_\varphi = E\delta\frac{w}{r} \quad (6.4)$$

Když vložíme rovnice (6.3) a (6.4) do (6.1) a provedeme několik úprav, získáme námi hledanou rovnici a tou je diferenciální rovnice 4. řádu, která se používá pro řešení nosníku na pružném podkladu.

$$w^{IV} + 4\beta^4 w = \frac{p(x)}{K}$$

Dále by jsme se díky této rovnici a několika úpravám dostali k řešení velikostí a průběhů napětí v místech vetknutí (respektive v místě porušení membránového stavu).

6.2 Dlouhá válcová nádoba

U dlouhých osově symetricky zatížených skořepin lze předpokládat, že oproti krátkým skořepinám, je účinek ohybových momentů izolován do relativně malé oblasti a to pouze v okolí membránové poruchy. Proto je samotný výpočet dlouhých skořepin jednodušší a je tedy vhodné rozlišovat skořepiny dlouhé a krátké. Hranici dle odborné literatury tvoří zhruba velikost $l = 3\sqrt{r\delta}$. To znamená, že například v našem případě, kdy je poloměr nádoby $r=497mm$ a tloušťka stěny $\delta=6mm$ bude hranice mezi dlouhou a krátkou skořepinou $164mm$. Takže v případě naší nádoby, kdy je její výška kolem $1500mm$, jsme bezpečně v mezích dlouhých skořepin. Další vzorec, který udává literatura, je velikost ovlivněné oblasti kolem zdroje membránové poruchy a jeho hodnota je $1,56\sqrt{r\delta}$. Takže opět v našem případě je tato velikost ovlivněné oblasti $85mm$ kolem zdroje poruchy.

Pro sepsání této kapitoly bylo čerpáno z [3].

7. OKRAJOVÉ PORUCHY VE STYKU DVOU TENKOSTĚNNÝCH VÁLCŮ RŮZNÉ TUHOSTI

7.1 Styk dvou válců kruhového průřezu

Ohybová deformace může vzniknout i v místě styku dvou trubek různé tloušťky. Tužší trubka má totiž volnou deformaci průměru menší než druhá trubka, která je méně tuhá. Kdyby trubky nebyly pevně spojeny k sobě, vznikla by po zatížení mezi trubkami mezera. Vzhledem ke spojitosti deformace musí v místě styku vzniknout síla (např. X_1), která konce spojí tak, že mezera zmizí a zároveň v místě styku musí vzniknout taková deformační křivka, aby měla společnou tečnu (jak zleva, tak zprava), což zajistí ohybový moment X_2 .

Úlohu můžeme řešit obdobně jako 2 konzoly na koncích vetknuté a ležící v různých výškách a proto, abychom je spojili, potřebujeme na ně působit silou X_1 a momentem X_2 . Je to tedy staticky neurčitá úloha a řeší se tzv. silovou metodou.

7.2 Vliv náhlé průřezové změny

V předchozí kapitole jsme předpokládali, že oba válce mají společnou střednici. V praxi se však toto řešení téměř nevyskytuje. Naopak častějším řešením je to, že vnitřní část nádoby zůstane hladká. To znamená, že se střednice v místě styku skokem změní a hodnota tohoto přemístění bude:

$$e = \frac{1}{2}(\delta_l - \delta_p)$$

Vliv této excentricity zavádíme do výpočtu jako externí moment působící v místě styku skořepin. U tenkých nádob je velikost této excentricity tak malá vzhledem k průměru, že ji můžeme zhruba položit $r_l = r_p = r$. Další postup již bude obdobný s předchozím odstavcem, takže využijeme silovou metodu, ale musíme připočíst již zmíněný ohybový moment vzniklý od excentricity.

Vliv excentricity, oproti skořepině se společnou střednicí, má podstatně vyšší průběh ohybových momentů a je třeba k nim přihlížet. Při zanedbání těchto účinků v případech, kde hrozí nebezpečí lomů z únavy, může být velice nebezpečné. Vliv této excentricity můžeme ovlivnit například zbroušením ostrého přechodu nebo vyrovnaní přechodu svarem, aby došlo ke zmírnění působícího napětí.

7.3 Válec opásaný prstencem a válec s deskovým dnem

V místech, kde hrozí vznik velkého lokálního napětí nebo nebezpečí prolomení ztrátou stability u zatížení při vnějším přetlaku, používáme v praxi nejčastěji opásaný prstenec, který nám tyto nebezpečí z větší části eliminuje. Jeho nevýhodou je naopak to, že brání skořepině ve volné deformaci a tím nám vznikají ohybové poruchy membránového napětí. Postup výpočtu je obdobný jako v předcházejících případech, jen zde přibudou další dvě neznámé X_3 a X_4 . To znamená, že celkem budeme mít vlevo od žebra sílu posouvající X_1 a moment X_2 a vpravo od žebra posouvající sílu X_3 a moment X_4 .

Desková dna se řeší opět analogicky jako ve všech předcházejících případech. Jediné, co musíme u tohoto typu dna vědět je, že ohybový moment bude tím menší, čím tužší bude jeho dno a naopak čím tenčí bude, tím jeho ohybový moment bude narůstat až na hodnotu ohybového momentu vetknuté kruhové desky. Další technologickou úpravou, která má zlepšit průběh momentu v místě napojení desky na skořepinu, je vyfrézování drážky po celém obvodu. Tím se zmenší ohybový moment v desce v blízkosti skořepiny a zároveň tento moment přenáší i samotná skořepina.

Veškeré výpočty spojené s teorií zde uvedenou k nalezení v [3].

8. OSOVĚ SYMETRICKÉ SKOŘEPINY

8.1 Zjednodušené řešení 2 různých osově symetrických skořepin

V předcházejících kapitolách jsme probírali jen okrajové poruchy u tenkostěnných válců kruhového průřezu. Tato kapitola se zaměřuje na ohybové stavy ostatních rotačně symetrických skořepin (koule, kužel, atd.).

Jak již bylo uvedeno, u rotačně symetricky zatížených skořepin je délka okrajové poruchy malá a dle literatury odpovídá zhruba velikosti $1,5\sqrt{r\delta}$. Proto lze tento krátký úsek na jakékoli rotační skořepině nahradit v místě styku válcovou plochou. Poloměr náhradního válce odpovídá v místě styku poloměru zakřivení tvořící křivky skutečné skořepiny. Přibližné řešení je tím přesnější, čím lépe se směr tečny k tvořící přímce bude blížit směru osy rotace celé skořepiny. Nejpresnějších výsledků dosáhneme, pokud úhel mezi osou skořepiny a normálou fiktivního válce bude zhruba 90° , ale z praxe se uvádí, že metodu lze použít dokonce i pro výpočty v rozmezích $20^\circ \div 160^\circ$.

Druhou podmínkou je fakt, že délka nahrazované skořepiny od místa zdroje jedné poruchy k druhé je dostatečně dlouhá. Okrajový efekt totiž potřebuje určitou délku, na které se utlumí.

8.2 Válcová nádoba s kulovým a anuloidovým dnem

U válcové nádoby s kulovým dnem budou při maximálních napětích tažená vlákna na vnější straně u válcové části a naopak vnitřní vlákna u kulové části nádoby. Srovnáním obou hlavních napětí σ_x a σ_φ zjistíme, že membránový účinek převládá nad ohybovým. To je způsobeno plynulým přechodem mezi válcovou a kulovou částí skořepiny.

Anuloidové dno je podobné kulovému dnu, jen je jeho výroba výhodnější z důvodu úspory materiálu a tím samozřejmě nákladů na výrobu a zmenší se celková výška dna oproti kulovému.

Podrobnější informace k této kapitole viz. [3].

9. NAVRHOVÁNÍ TLAKOVÝCH NÁDOB NA PEVNOST

9.1 Úzce lokální špičkové pnutí – posouzení na malocyklovou únavu

Dosud jsme ve všech úvahách nepřipouštěli během pracovních cyklů žádný postupný růst deformace a střídavé zplastizování. Proto je třeba znát rozdíl mezi primárním a sekundárním namáháním. Sekundární namáhání je takové, které dokáže, díky své vnitřní statické neurčitosti, vytvořit při opakovaném zatížení takové předpětí, která v součtu s původním zatížením nepřekročí mez kluzu. Z toho vyplývá, že nádoba stále pracuje ve svých pružných mezích a nedochází k plastickému narůstání deformace. K těmto namáháním dochází hlavně v místech náhlých změn a nespojností.

Toto sekundární namáhání dále můžeme rozdělit na 2 části. Tou první bude oblast ve vzdálenosti zhruba $\sqrt{r\delta}$ od místa vzniku těchto namáhání a tuto oblast označíme jako oblast přizpůsobení. Naopak přímo v místech vzniku sekundárních namáhání vzniká, i když pouze úzce lokální, špičkové napětí. Toto špičkové napětí brání šíření plastické deformace do širší oblasti. Z toho důvodu ani vysoké překročení meze pevnosti při statickém zatížení nemá vliv na pevnost nádoby jako celku a neprojeví se ani na celkové deformaci.

Problém nastává až v případě, kdy je nádoba opakovaně vystavena namáhání. V tomto případě, pokud velikost sekundárních napětí překročí povolené hodnoty (maximálně dvojnásobek meze kluzu), musíme nádobu posoudit na malocyklovou únavu. Rozdíl mezi běžnou únavou a únavou malocyklovou je v tom, že při vysokocyklové únavě není patrna plastická deformace, naopak u nízkocyklové dochází k velkým makro-plastickým změnám. Dále k porušení materiálu při vysokocyklové únavě dochází až po velkém počtu cyklů (řádově statisíce), kdežto u malocyklové jsme v rozmezí jen řádu tisíců.

Při navrhování, či kontrole tlakové nádoby je třeba přihlídnout na mnoho faktorů jako například:

- počet a velikost cyklů spojených se spouštěním zařízení (kdy náhle či postupně narůstá teplota a tlak)
- počet výjimečných zvýšení či snížení teploty a tlaku za provozu z důvodu opravy zařízení, vypnutí proudu poruchy atd.
- počet hydraulických a teplotních zkoušek a z nich vyplívající namáhání
- počet odstavení celého zařízení a další

Všechna tato zatížení a mnoho dalších nám různou mírou ovlivňují životnost samotné nádoby a proto je s nimi třeba při navrhování nádoby počítat.

9.2 Křehký lom

Dosud jsme při všech výpočtech počítali s tím, že porušení materiálu předchází poměrně značná plastická deformace. To znamená, že mezní stav nám určuje tvárný lom. V praxi se ale můžeme také setkat s lomem křehkým, který je pro nás nežádoucí. Křehkému lomu se vyhýbáme zejména vhodným výběrem použitého materiálu. Velkou roli také hraje i tepelné zpracování a vlastní výroba. Dále je třeba se vyhýbat konstrukčním vrubům při samotném navrhování nádoby, které významnou měrou také přispívají k vytvoření lomu.

Kromě přímých vlastností materiálu rozhoduje o druhu lomu taky teplota a rychlost vzrůstající deformace. Tento jev nazýváme tranzitním chováním. V podstatě nám udává, že s klesající teplotou nebo se zvyšující se rychlostí deformace se mění druh lomu z tvárného na semikřehký (vzniká těsně nad mezí kluzu) a dále na křehký (vzniká pod mezí kluzu). Faktorů ovlivňující tranzitní chování je několik:

- Složení použitých ocelí, hlavně legování manganem a niklem, které posouvají tranzitní teplotu směrem dolů.
- Oceli jemnozrnější mají přechodovou teplotu nižší než hrubozrné. S rostoucí velikostí zrna se podstatně posouvá přechodová teplota směrem k vyšším teplotám, což pro předcházení křehkému lomu není vhodné.
- Velký význam má vlastní technologické a tepelné zpracování. Nebezpečí vzniká hlavně u tlustých plechů, kde není možné důkladné převálcování během výroby, takže již tehdy vznikají menší vady. Proto je tyto plechy vhodné následně použít defektoskopickou kontrolou, která ale zvýší samozřejmě výslednou cenu materiálu.
- Nutná je taky kontrola svarů, které se na nádobě nacházejí. Je proto vhodné svary umístit tak, aby je bylo možno zkontrolovat ultrazvukem. Také se u náročných tlakových nádob doporučuje po svařování provést normalizační žíhání na uvolnění vnitřního pnutí.
- Důležitým faktorem je také rychlost zatížení. Experimentálně bylo zjištěno, že při rázovém zatížení dojde k iniciaci křehkého lomu u defektů, které jsou 2÷4krát menší než při zatížení statickém.

- A v neposlední řadě má podstatný vliv také vlastní napětí. Je proto nutné navrhnout vhodný tvar nádoby, její výrobu a zpracování.

Tímto jsme popsali ty nejpodstatnější jevy, které nám mohou vyvolat křehký lom. Další případy vzniku a detailně popsaná problematika k nalezení v [3].

10. METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

10.1 Princip

V dnešním přetechizovaném světě, kde čas znamenají peníze a není zde prostor na žádné vedlejší náklady způsobené například neschopností určit analytickou metodou přesná výsledná napětí či deformace složitého modelu a proto radši zvýšíme bezpečnost nebo kvalitu použitého materiálu a s tím samozřejmě i finální cenu výrobku, musela vzniknout metoda, která nám zaručí přesné výsledky i složitých modelů za relativně krátký čas. Toto, jako jeden z mnoha důvodů, vedlo k vytvoření metody konečných prvků. MKP tedy slouží k simulaci průběhu napětí, deformací, vlastních frekvencí, prodění tepla, tekutin atd. na samotném modelu. Princip užití je takový, že celý model o jistém objemu rozdělíme na určité (konečné) množství prvků a výsledné parametry jsou zjišťovány k jejich uzlovým bodům.

Výhody konečnoprvkové metody:

- zkrácení vývojového času tvarově složitých součástí
- snížení výrobních nákladů na zavedení do výroby

Mezi nejznámější programy pro řešení metodou konečných prvků jsou Nastran (ten byl použit i při řešení této bakalářské práce), ANSYS, Marc a další.

Celý postup výpočtu MKP můžeme rozdělit na:

1. Rozdělení modelu na konečné prvky
2. Volba interpolačních funkcí
3. Odvození matice tuhosti
4. Sestavení globální matice tuhosti
5. Okrajové podmínky
6. Vyřešení soustavy rovnic
7. Získání dodatečných veličin

Jestliže budeme řešit úlohu přes posuvy, používáme deformační variantu MKP. Pokud řešíme v napětích, užíváme silovou variantu. Naprostá většina používaných programů používá metodu deformační a to zejména proto, že řešení má menší počet hledaných veličin.

10.2 Rozdělení modelu na konečné prvky

Vhodným zvolením použitých prvků lze do jisté míry ovlivnit přesnost získaných výsledků. Prvky můžeme rozdělit na jednorozměrné, dvourozměrné a prostorové. Dále je můžeme rozdělit podle jejich tvaru na:

- tyčový prvek
- nosníkový prvek
- trojúhelníkový prvek
- obdélníkový prvek
- jehlanový prvek
- 6stěnový prvek

10.3 Aproximace posuvů

Pro každý prvek je třeba vyjádřit funkce posunutí $\{u\}$ a přetvoření $\{\varepsilon\}$ v závislosti na posuvech $\{r\}$.

$$\{u\} = [N]\{r\} \quad (10.1)$$

$$\{\varepsilon\} = [G]\{r\} \quad (10.2)$$

Kde $[N]$ a $[G]$ jsou zatím neznámé transformační matice. Neznámé funkce posuvů se aproximují ve formě mnohočlenů prostorových kartézských souřadnic.

Obecně :

$$\{u\} = [M]\{\alpha\} \quad (10.3)$$

kde:

$\{\alpha\}$ vektor obsahující neznámé koeficienty α_i

$[M]$ matice členů polynomu

Rovnice (10.3) musí platit i pro zobecněné posuvy $\{r\}$ v uzlech. Pak tedy lze napsat:

$$\{r\} = [A]\{\alpha\} \quad (10.4)$$

kde:

$[A]$ matice obsahující hodnoty souřadnic uzlů prvku

Úpravou a odsazením rovnice (10.4) do (10.3) získáme závislost funkce posuvů kontinua $\{u\}$ na zobecněných posuvech v uzlech prvku $\{r\}$, tedy:

$$\{u\} = [M][A]^{-1}\{r\} = [N]\{r\}$$

kde:

$[N]$ matice tvarových funkcí a má hodnotu $[N] = [M][A]^{-1}$

10.4 Vytvoření matice tuhosti a základní rovnice MKP

Pro výpočet využíváme Lagrangeův princip. Ten udává, že těleso je v rovnováze, jestliže celková potenciální energie deformace soustavy je minimální. To můžeme zapsat jako:

$$\partial \Pi = 0 \rightarrow \Pi = A + U \quad (10.6)$$

kde:

Π potenciální energie systému

A přetvárná práce vnějších sil

U celková potencionální energie deformace vnitřních sil

Pro obecně zatížené těleso vyplývá potenciální energie systému jako suma potenciálních energií jednotlivých prvků, na které jsme si dané těleso rozdělili a zároveň lze rovnici upravit pomocí Hookeova zákona a Cauchyho geometricko-deformačních rovnic na:

$$\Pi^{(e)} = \frac{1}{2} \{r\}^T \left(\int_{(V_e)} [G]^T [C] [G] dV \right) \{r\} - \{r\}^T \left(\int_{(V_e)} [N]^T \{X\} dV - \int_{(S_e)} [N]^T \{p\} dS - \{R\} \right) \quad (10.7)$$

kde:

$$\left(\int_{(V_e)} [G]^T [C] [G] dV \right)$$

matice tuhosti prvku $[K^e]$

$$\left(\int_{(V_e)} [N]^T \{X\} dV - \int_{(S_e)} [N]^T \{p\} dS - \{R\} \right) \quad \text{vektor zatížení prvku } \{R^e\}$$

Celková potenciální energie systému je tedy sumou všech potenciálních energií jednotlivých prvků.

$$\Pi = \sum_{e=1}^N \Pi^{(e)} = \frac{1}{2} \{\Delta\}^T \sum_{e=1}^N [K^e] \{\Delta\} - \{\Delta\}^T \sum_{e=1}^N \{R^e\} \quad (10.8)$$

kde:

$\{\Delta\}$ vektor zobecněných posuvů pro všechny prvky modelu

Dále jak bylo uvedeno v rovnici (10.6), musí být celková deformační energie soustavy minimální. Proto musíme rovnici (10.8) derivovat podle $\{\Delta\}$ a tím získáme základní rovnici pro výpočet MKP.

$$[K] \{\Delta\} = \{f\} \quad (10.9)$$

Globální matici tuhosti získáme součtem tuhostí jednotlivých prvků a obdobně získáme i vektor pravé strany:

$$\{f\} = \{R_p\} + \{R_\varepsilon\} - \{R_\sigma\} + \{R\}$$

kde:

$\{R_p\}$ uzlové síly od vnějšího plošného zatížení

$\{R_\varepsilon\}$ uzlové síly od počátečních deformací

$\{R_\sigma\}$ uzlové síly od vneseného předpětí

$\{R\}$ vnější zobecněné uzlové síly

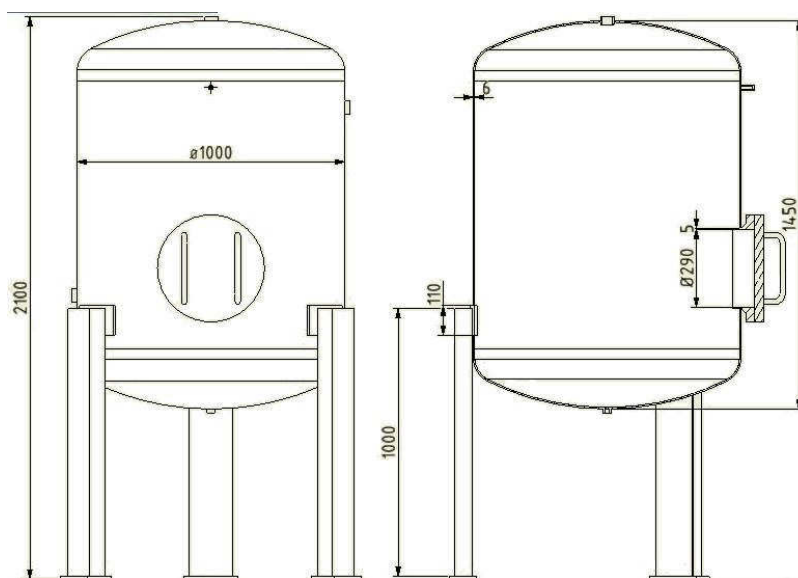
Následně už do základní rovnice MKP (10.9) dosadíme okrajové podmínky, díky kterým jsme schopni rovnici dořešit a tím pádem získáme hodnoty posuvů jednotlivých prvků a poté už stačí dosadit tyto hodnoty do:

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} = [C][G] \{r\}$$

A tím pádem již známe i hodnoty průběhu napětí na jednotlivých elementech modelu a výpočet je tedy u konce.

Celkový postup při řešení MKP je daleko složitější, zde byla vysvětlena pouze základní myšlenka této metody. Pro sepsání teorie bylo čerpáno z [2], [3] a [4].

11. ANALYTICKÝ VÝPOČET

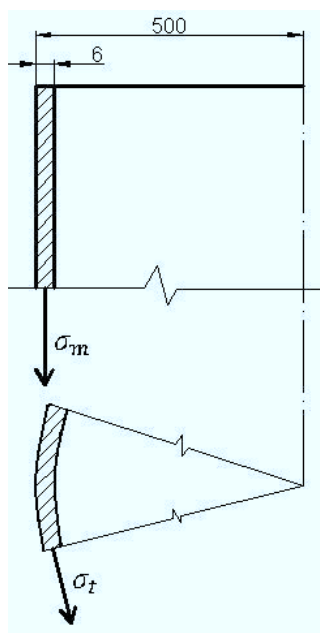


III Schéma nádoby

11.1 Výpočet napětí a posuvu na svislé stěně nádoby

Pro výpočet napětí na svislé stěně nádoby použijeme Laplaceův vzorec pro tenkostěnné nádoby:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$$



IV Řez svislé části nádoby

kde:

σ_m napětí meridiánové

σ_t napětí tečné

p tlak v nádobě

ρ_m poloměr zakřivení v meridiánové rovině

ρ_t poloměr v obvodovém směru

Jak můžeme vidět na obrázku VI, poloměr zakřivení ρ_m se blíží k nekonečnu, proto můžeme Laplaceovu rovnici upravit

tím, že vypustíme celý zlomek, protože je jeho hodnota naprosto zanedbatelná a dopočítat napětí σ_t .

$$\frac{\sigma_m}{\infty} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$$

$$\sigma_t = \frac{p\rho_t}{\delta} = \frac{1.497}{6} = 82,83 \text{ MPa}$$

Nyní dopočítáme napětí meridiánové, budeme vycházet z rovnice:

$$\sigma_m = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_m = \frac{p \frac{\pi D^2}{4}}{2\pi \frac{D}{2} \delta}$$

kde:

D průměr střednice nádoby

A to můžeme následně upravit a dopočíst:

$$\sigma_m = \frac{pD}{4\delta} = \frac{1.500}{4.6} = 41,42 \text{ MPa}$$

Dále musíme tyto dva napětí sloučit pomocí hypotézy HMM:

$$\sigma^{HMM} = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_t^2 - \sigma_m \sigma_t} = \sqrt{41,42^2 + 82,83^2 - 41,42 \cdot 82,83} = 71,73 \text{ MPa}$$

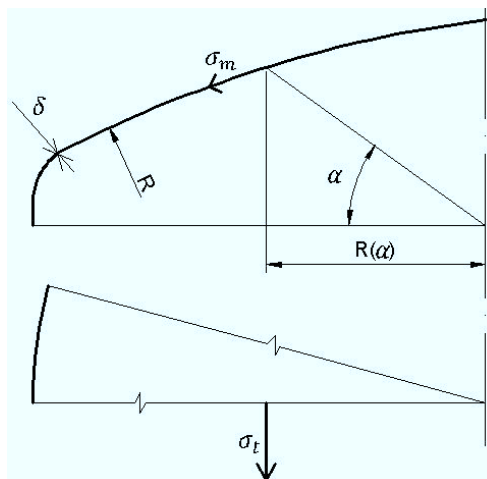
Posuv ve směru kolmém na osu dopočítáme dle rovnice uvedené již v teoretické části (viz. 5.část):

$$\Delta r = \frac{pr^2}{E\delta} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right)$$

$$\Delta r = \frac{1.497^2}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 6} \left(1 - \frac{0,3}{2}\right) = 0,166 \text{ mm}$$

Takže pro svislou část nádoby nám vychází celkové napětí 71,73 MPa a posuv ve směru kolmém na osu 0,166 mm.

11.2 Výpočet napětí na víku nádoby



V Víko nádoby

Opět si pomocí rovnice rovnováhy dopočítáme velikost meridiánového napětí:

$$p \pi R_{(\alpha)}^2 = (\sigma_m t 2\pi R_{(\alpha)}) \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{R_{(\alpha)}}{R}$$

Takže po dosazení a úpravách dostaneme výpočet pro meridiánové napětí a to:

$$\sigma_m = \frac{p R}{2\delta} = \frac{1.997}{2.6} = 83 \text{ MPa}$$

A nyní můžeme opět pomocí Laplaceovy rovnice dopočítat tečné napětí:

$$\frac{\sigma_m}{R} + \frac{\sigma_t}{R} = \frac{p}{\delta}$$

Po úpravě:

$$\sigma_t = \frac{p R}{2\delta} = \sigma_m = 83 \text{ MPa}$$

A následně opět provedeme hypotézu podle HMH:

$$\sigma^{HMH} = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_t^2 - \sigma_m \sigma_t} = \sqrt{83^2 + 83^2 - 83 \cdot 83} = 83 \text{ MPa}$$

11.3 Výpočet koncentrace napětí

Jak lze vidět na obrázku č. VI, mezi přírubou a válcovou částí nádoby vzniká ostrý přechod, ve kterém můžeme předpokládat zvýšenou koncentraci napětí. Z toho důvodu provedeme výpočet napětí i v tomto místě.

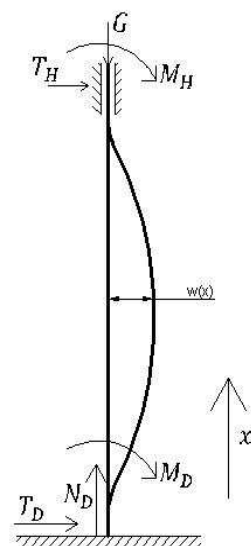
Pro výpočet můžeme předpokládat, že koeficient koncentrace napětí bude přibližně stejný jako pro výpočet desky s kruhovou dírou. Tento koeficient jsem si zjistil pomocí stránky www.efatigue.com, kde jsem zadal obvod nádoby a průměr díry pro přírubu a poté jsem si vygeneroval hodnotu hledaného koeficientu (v mém případě jsem předpokládal, že po roztáhnutí válcové části bude mít díra pro přírubu spíše tvar elipsy, neboť ve

vodorovném směru bude po roztáhnutí o 5mm delší než ve směru svislém). Takže výsledná hodnota tohoto koeficientu je $\alpha_K = 2,79$.

Nyní můžeme dopočítat hodnotu tohoto špičkového napětí:

$$\sigma_{MAX} = \sigma^{HMH} \alpha_K = 71,73 \cdot 2,79 = 200 MPa$$

11.4 Deformačně-napěťový výpočet nohy



VI Schematické
znázornění vzpěru

Při vzpěru nohou u naší nádoby předpokládáme pouze minimální posuvy a tím pádem tedy můžeme počítat dle teorie pružnosti 1. řádu.

Nejprve sestavíme rovnice rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -G + N_D = 0 \rightarrow N_D = G \quad (11.1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_H + T_D = 0 \rightarrow T_D = T_H \quad (11.2)$$

$$\sum M = 0 \rightarrow -M_H - M_D + T_D l = 0$$

Z rovnic rovnováhy vyplývá, že jsme získali 3 rovnice o 5 neznámých (2x statická neurčitost). Proto musíme využít analytickou metodu a neznámé reakce dopočítat.

Vyjádříme si moment ke kterémukoliv bodu v intervalu $\langle 0, l \rangle$:

$$M_{(x)} = T_D x - M_D$$

A následně můžeme počítat:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = - \frac{M_{(x)}}{EJ} = - \frac{T_D x - M_D}{EJ}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \varphi = - \frac{1}{EJ} \left[\frac{T_D x^2}{2} - M_D x + C_1 \right] \quad (11.4)$$

$$w = - \frac{1}{EJ} \left[\frac{T_D x^3}{6} - \frac{M_D x^2}{2} + C_1 x + C_2 \right] \quad (11.5)$$

Nyní můžeme přejít k okrajovým podmínkám díky kterým získáme neznáme hodnoty:

a) $x=0 \rightarrow w_{(0)} = 0$

b) $x=0 \rightarrow \varphi_{(0)} = 0$

$$c) \quad x=0 \rightarrow w_{(l)} = 0$$

$$d) \quad x=0 \rightarrow \varphi_{(l)} = 0$$

$$\text{ad a) } 0 = -\frac{1}{EJ}[C_2] \rightarrow C_2 = 0$$

$$\text{ad b) } 0 = -\frac{1}{EJ}[C_1] \rightarrow C_1 = 0$$

$$\text{ad c) } 0 = \frac{T_D l^3}{6} - \frac{M_D l^2}{2} \rightarrow T_D = \frac{6M_D l^3}{2l^3} = \frac{3 \cdot 2,25}{0,89} = 7,58N \quad (11.6)$$

$$\text{ad d) } 0 = \frac{T_D l^2}{2} - M_D l \rightarrow M_D = \frac{1}{\frac{3l}{2} - l} = \frac{1}{\frac{3 \cdot 0,89}{2} - 0,89} = 2,25Nm \quad (11.7)$$

Dřív než jsme získali samotné výsledky, museli jsme dosadit rovnici z c) do rovnice d) a až pak zpětně dopočítat neznámou T_D .

Nyní se můžeme vrátit k samotným rovnicím rovnováhy a dopočítat všechny reakce:

$$N_D = G = mg = 120 \cdot 9,81 = 1177,2N$$

kde:

m hmotnost, která působí na jednu nohu nádoby

g gravitační zrychlení

$$T_D = T_H = 7,58N$$

$$M_H = -M_D + T_D l = -2,25 + 7,58 \cdot 0,89 = 4,5Nm$$

Tímto máme vyřešené reakce a následně můžeme dořešit velikost posuvu. Nejdřív však potřebujeme zjistit místo, ve kterém je posuv největší. Proto rovnici (11.4) musíme položit rovnou nule a dopočítat.

$$\varphi = -\frac{1}{EJ} \left[\frac{T_D x^2}{2} - M_D x + C_1 \right] = 0$$

$$x = \frac{2M_D}{T_D} = \frac{2 \cdot 2,25}{7,58} = 0,5937m = 593,7mm$$

Nyní již teda známe místo, ve kterém je posuv největší a zbývá dopočítat samotnou hodnotu posuvu z rovnice (11.5).

$$w_{(x=593,7)} = -\frac{1}{EJ} \left[\frac{T_D x^3}{6} - \frac{M_D x^2}{2} + C_1 x + C_2 \right]$$

$$w_{(x=593,7)} = -\frac{1}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 8,53 \cdot 10^{-7}} \left[\frac{7,58 \cdot 0,5937^3}{6} - \frac{2,25 \cdot 0,5937^2}{2} \right]$$

$$w_{(x=593,7)} = 0,00000074m = 0,00074mm$$

kde:

E modul pružnosti v tahu

J kvadratický moment průřezu pro tyč tvaru U160

Výpočet napětí v noze:

$$\sigma = \frac{G}{S_U} = \frac{1177,2}{2325} = 0,51MPa$$

Pro mnou zvolený materiál je dovolené napětí 250MPa, to znamená, že všechny získané výsledky se pohybují v intervalu meze úměrnosti.

Při výpočtech jsem čerpal z [1], [4] a [5].

12. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ POMOCÍ MKP

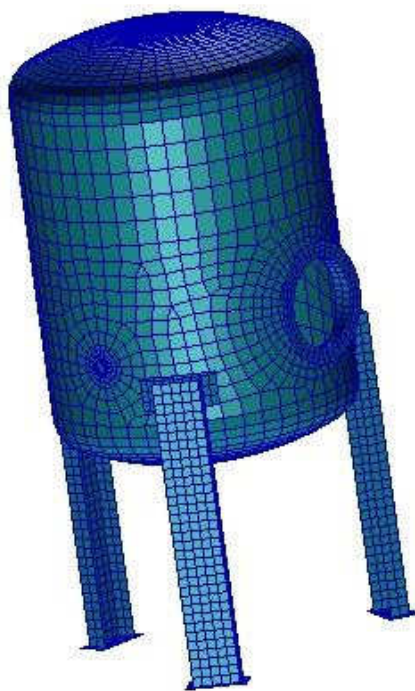
12.1 Příprava modelu

Jako první jsem si vytvořil samotný 3D model pomocí programu Autodesk Inventor Professional 2011.



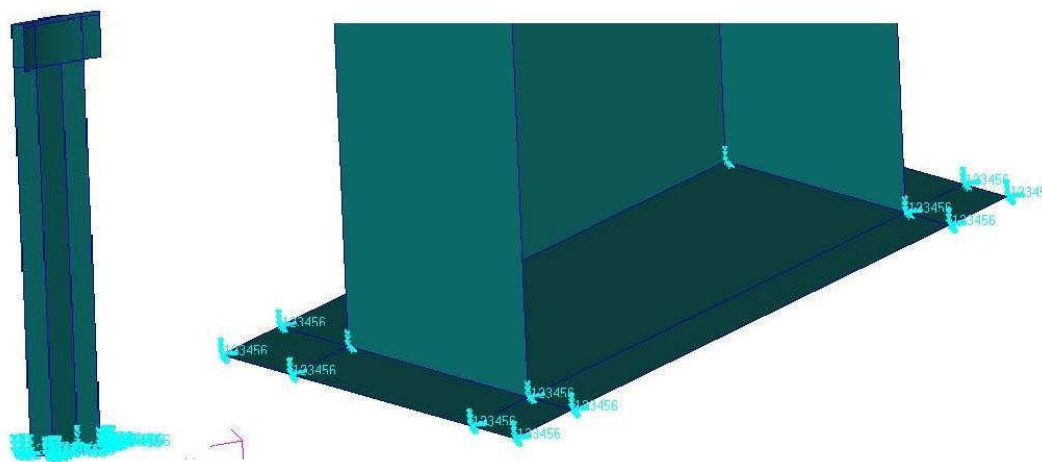
VII 3D model nádoby

Poté jsem již hotový model mohl importovat do programu MSC Patran 2012, ve kterém jsem upravil geometrii, kdy jsem 3D těleso (solid) upravil na těleso 2D (shell), upravil geometrii pro síťování a přiřadil jsem nádobě materiálové vlastnosti a tloušťky jednotlivých plechů. Následovalo vytvoření sítě. Jako prvky jsem použil obdélníkové elementy. Jejich celkový počet na mém modelu je 8020 elementů.



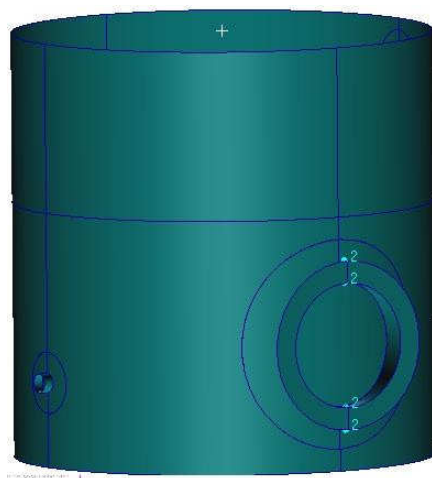
VIII Vysíťovaný model

Následně jsem nastavil okrajové podmínky. Ty jsem zvolil jako vetknutí spodní části nohou, které i v praxi jsou pevně přišroubovány a jako další podmínku jsem zvolil zabránění posuvu velké příruby ve směru její osy, neboť v provozu je k přírubě pevně napojeno další vedení, které v osové směru zvýší její tuhost.



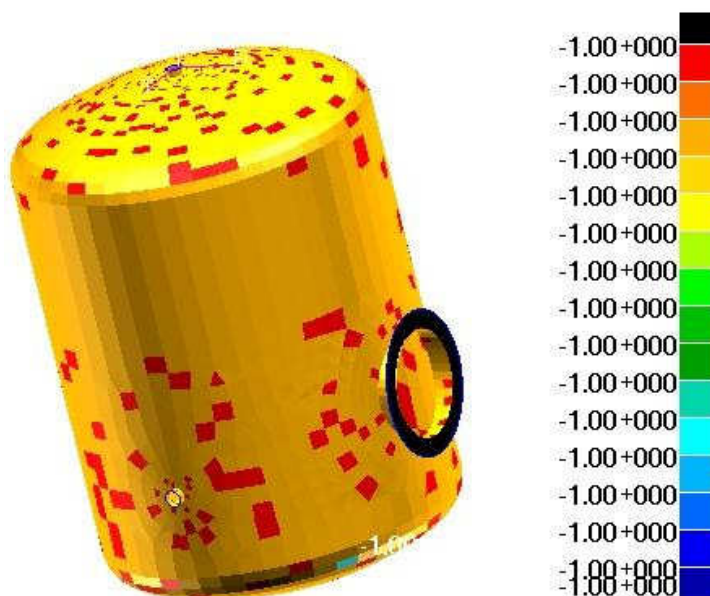
IX Vetknutí nohou včetně detailu

Šipky s popiskem 123456, znázorněné na obrázku XII, značí potlačení všech 3 posuvů a všech 3 natočení.



X Uložení v přírubě

Jako poslední krok jsem vložil vnější zatížení. Prvním zatížením byla deformace od vlastní tíhy, proto jsem musel do programu zadat také hustotu použitého materiálu a gravitační zrychlení a to aplikovat na celý model. Jako zatížení druhé jsem vložil působení vnitřního přetlaku 1MPa na stěny nádoby a vnitřní části přírub.

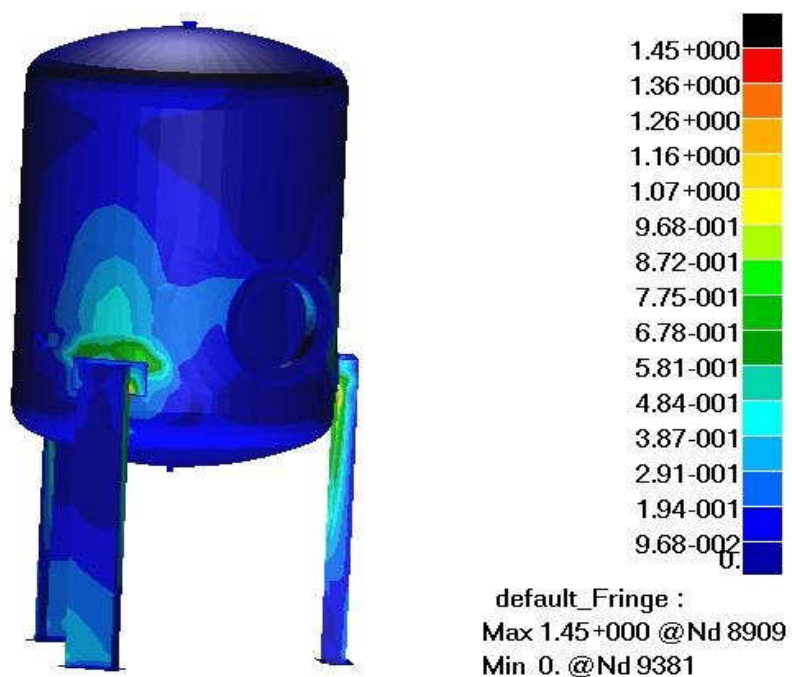


XI Znázornění působení tlaku

Tím pro nás skončila příprava modelu a zbývá jenom nastavit kontaktní tabulku (glue contact), kde se na sebe naváže válcová část nádoby k nohám a následně nechám vygenerovat výsledky v programu MSC Nastran 2012.

12.2 Výsledné hodnoty pro zatížení vlastní vahou

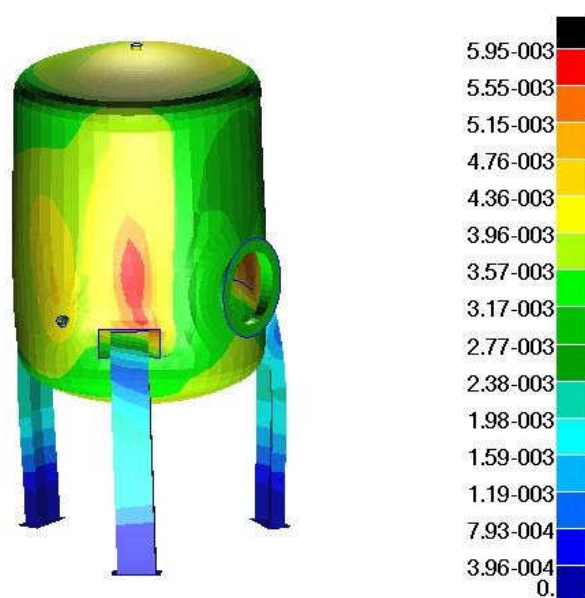
Průběhy napětí:



XII Průběh redukovaného napětí [MPa]

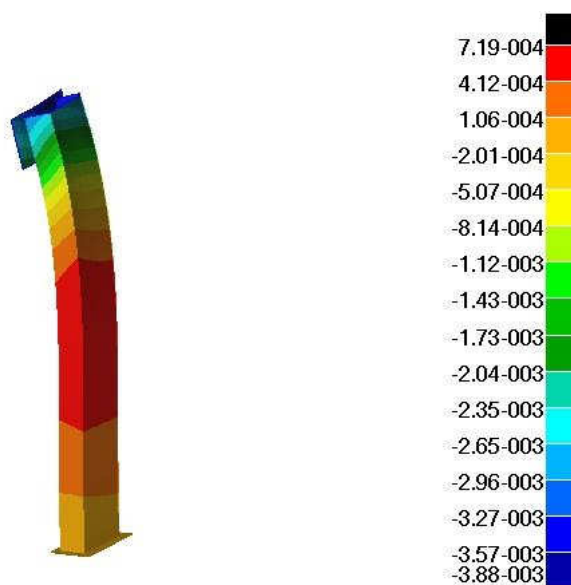
Jak lze vidět na obrázku XV, u průběhu napětí při zatížení pouze vlastní vahou dochází k největším špičkám v místech přivaření nádoby k nohám, i přesto jsou ale tyto hodnoty naprosto zanedbatelné. Při tomto druhu zatížení nás více zajímají průběhy posunutí.

Průběh posuvů:



XIII Průběh posuvů [mm]

Jak lze vidět na obr. XVI, největší posuv bude 0,00595mm a to přímo nad místem uložení podpůrných noh

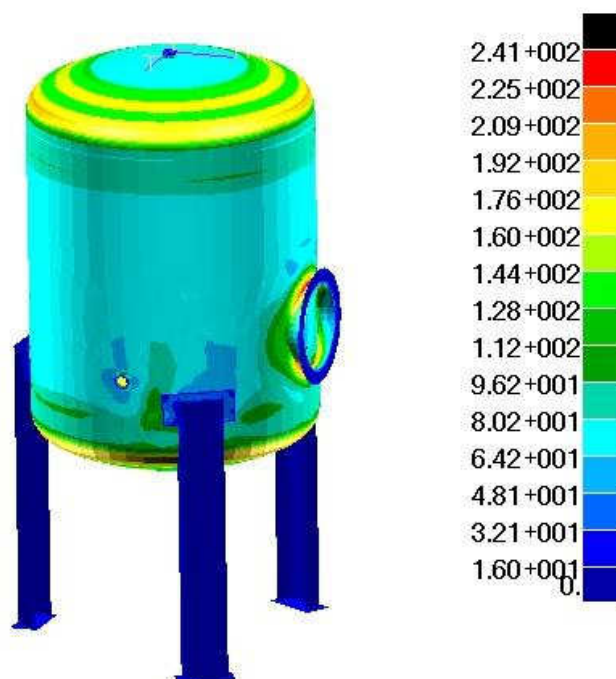


XIV Detail posuvu podpůrné nohy ve směru kolmém na vřislou osu nohy [mm]

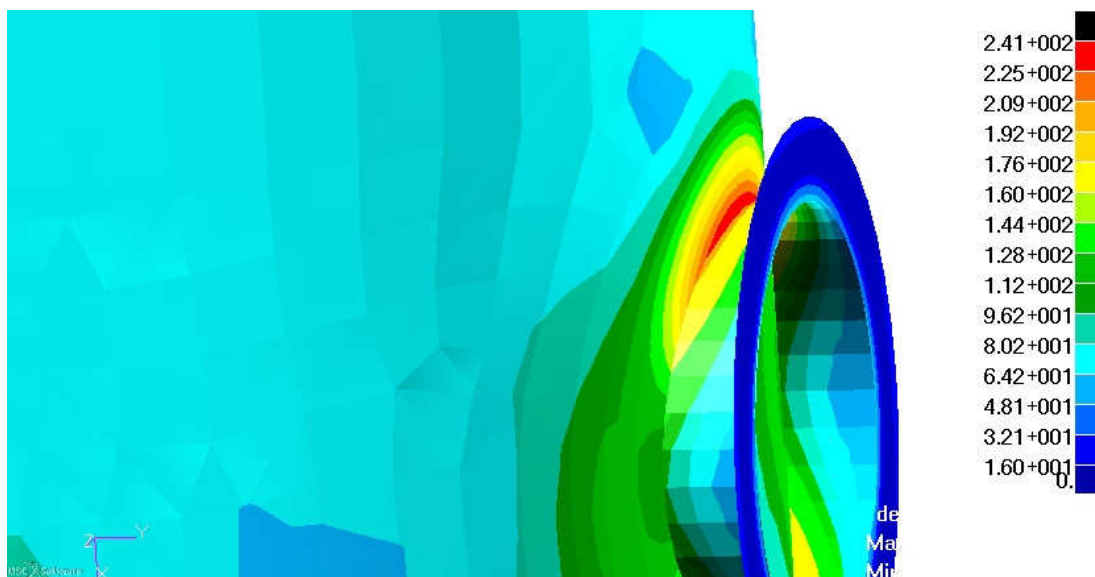
Při zatížení vlastní vahou nás především zajímá posuv v místě podpůrných nohou, kde může dojít k vzpěru. V našem případě je největší posuv nohy 0,000719mm.

12.3 Výsledné hodnoty pro zatížení vlastní vahou a vnitřním přetlakem 1MPa

Průběhy napětí:

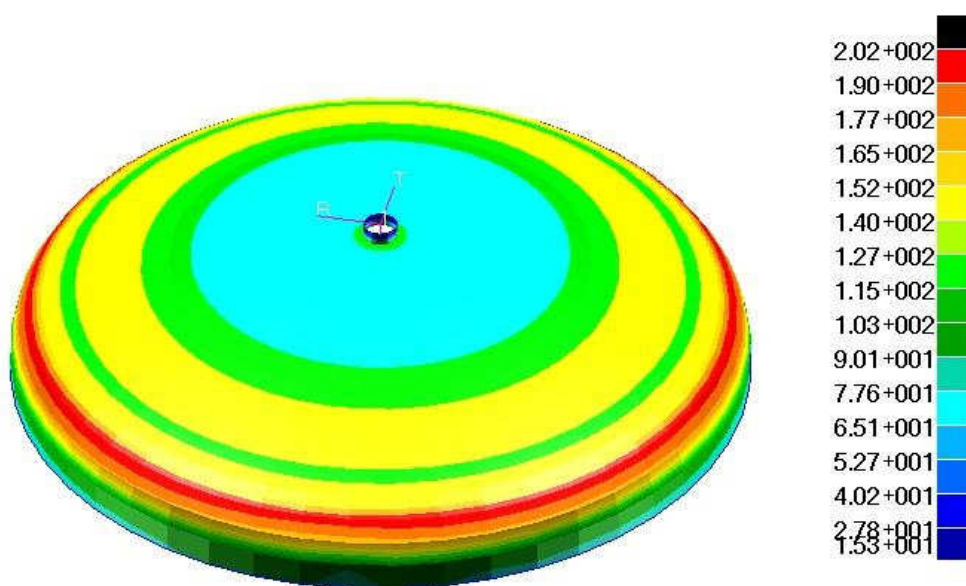


XV Průběh redukovaného napětí [MPa]



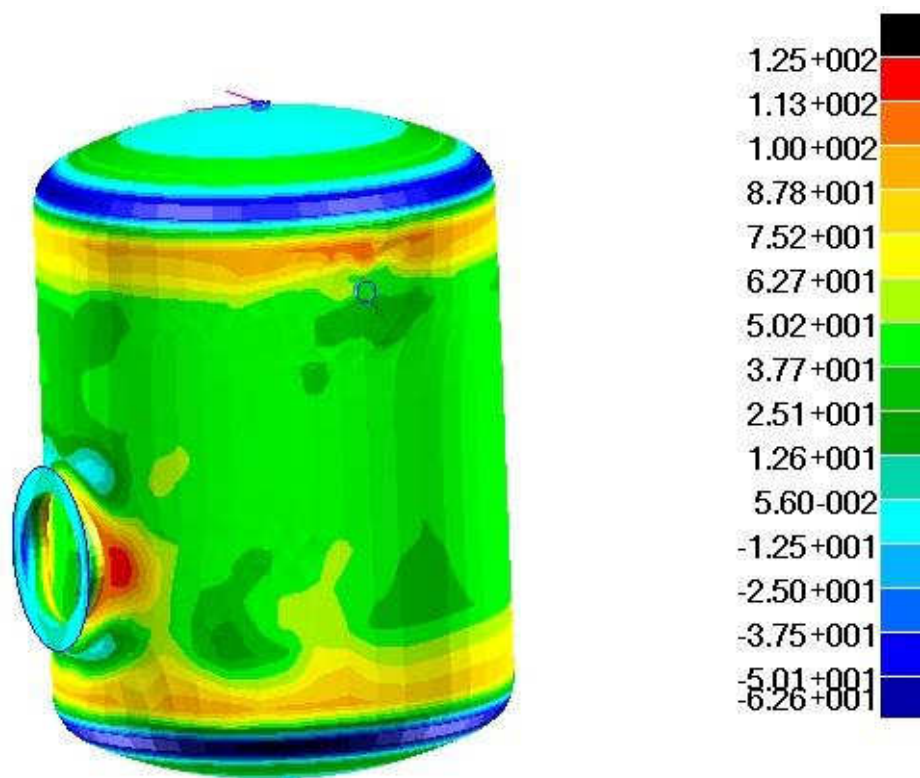
XVI Detail nejvyššího redukovaného napětí[MPa]

Na obrázku XIX je znázorněno místo působení nejvyššího redukovaného napětí. Nachází se v místě napojení příruby na válcovou část nádoby a jeho hodnota je 241MPa. Hodnota toho napětí je způsobena ostrým přechodem mezi nádobou a přírubou. V tomto místě tedy dochází k porušení membránového stavu.

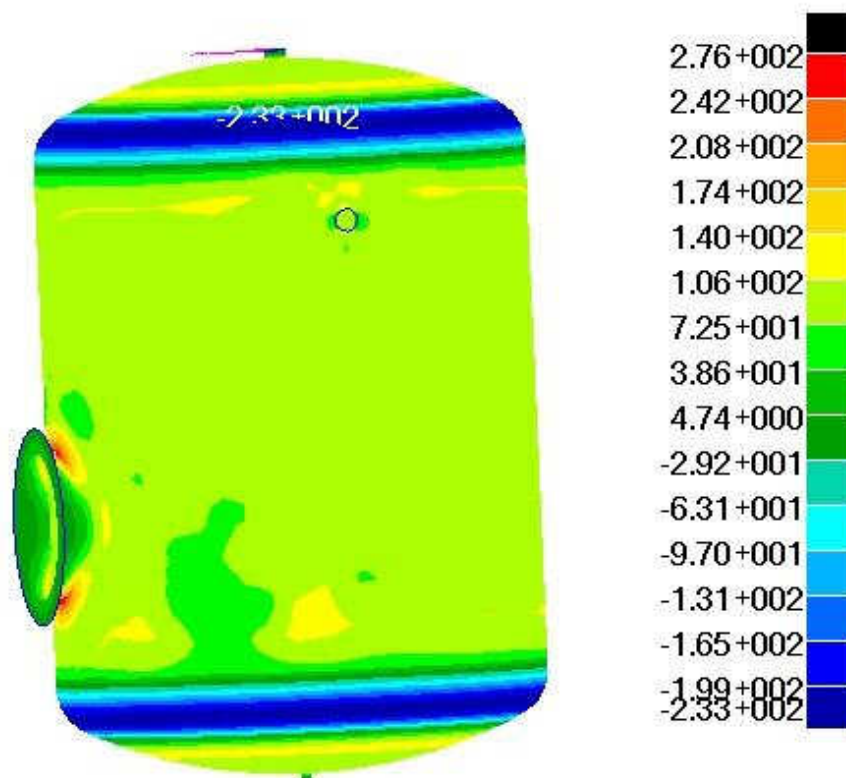


XVII Detail průběhu redukovaného napětí na víku [MPa]

Na průbězích napětí obr. XX lze vidět, jak se v místě porušení membránového stavu (zaoblení nádoby) prudce zvyšuje hodnota celkového napětí a jak v určité vzdálenosti od místa poruchy se opět vrací k samotnému membránovému stavu a napětí na víku tím pádem klesá.

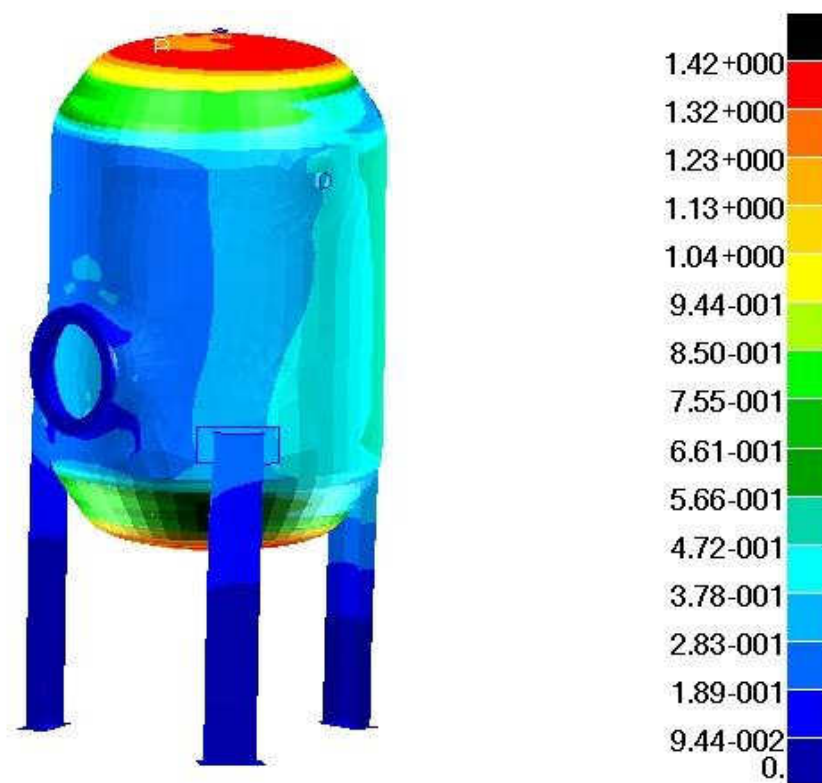


XVIII Průběh napětí ve směru osy nádoby [MPa]

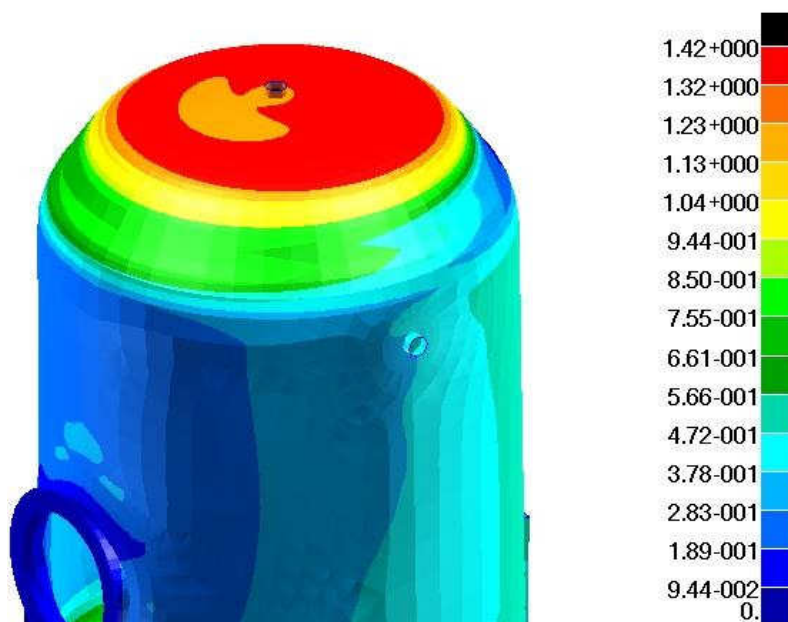


XIX Průběh napětí v obvodovém směru [MPa]

Průběhy posuvů:

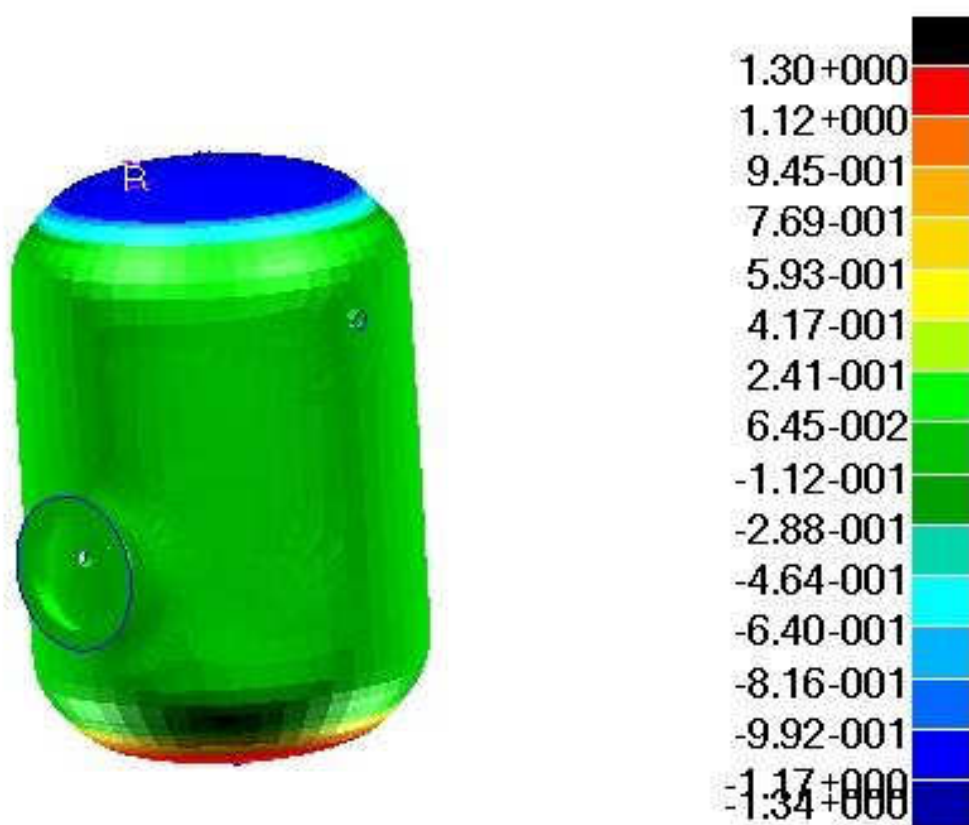


XX Průběh celkových posuvů [mm]

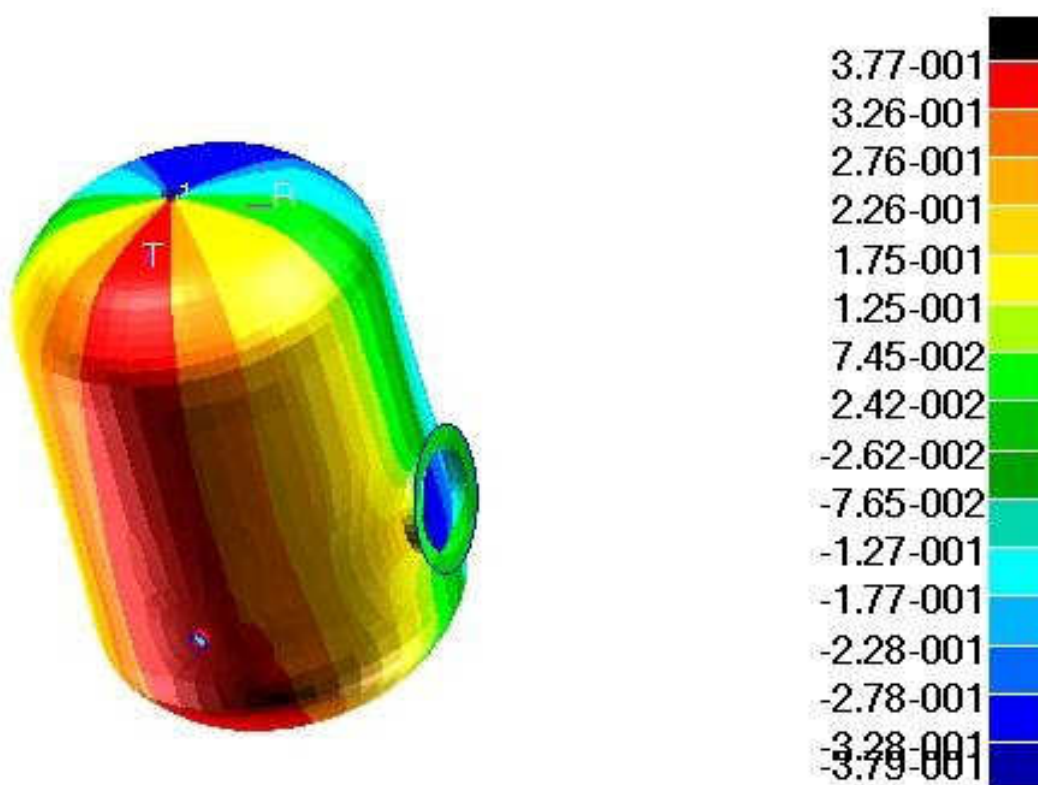


XXI Detail celkových posuvů [mm]

Jelikož je nádobě bráněno v deformaci ve směru osy příruby, lze vidět, že se nádoba bude deformovat v místě nejmenšího odporu a to ve směru osy nádoby. Velikost toho největšího posuvu je 1,42mm.



XXII Posuv ve směru osy nádoby [mm]



XXIII Posuv ve směru poloměru nádoby [mm]

12.4 Srovnání výsledků analytické a numerické části

		Analytické výsledky	Numerické výsledky	Chyba [%]
Válcová část	Redukované napětí [MPa]	71,73	74	3,2
	Meridiánové napětí [MPa]	41,42	43	3,8
	Tečné napětí [MPa]	82,83	84	1,4
	Posuv ve směru poloměru [mm]	0,166	0,177	6,6
	Koncentrace napětí v místě příruby [MPa]	200	225	12,5
Víko	Redukované napětí [MPa]	83	84	1,2
	Meridiánové napětí [MPa]	83	80	3,6
	Tečné napětí [MPa]	83	85	2,4
Nohy	Posuv [mm]	0,00074	0,000719	2,8
	Napětí [MPa]	0,51	0,48	5,8

Tabulka 1 Srovnání získaných hodnot

Velikost chyby jsme vztahovali k hodnotám analytickým a to podle vzorce:

$$chyba = \frac{|AV - NV|}{AV} \cdot 100$$

kde:

AV analytický výsledek

NV numerický výsledek

13. ZÁVĚR

Velikost napětí na nádobě zatížené pouze vlastní vahou jsou naprosto zanedbatelná, naproti tomu vychází největší posuv v podpěrných nohách dle analytického výpočtu ve vzdálenosti zhruba 590mm od místa vetknutí a tomuto výsledku odpovídá i numerické řešení viz obrázek XXIV. Velikost posuvu v této vzdálenosti vyšla na 0,00074mm dle analytického řešení a 0,000719mm dle řešení numerického, takže jsme se dopustili chyby 2,8%.

U nádoby zatížené jak vlastní tíhou, tak vnitřním přetlakem o velikosti 1MPa nastane největší posuv 1,4mm ve směru osy nádoby. Na obrázcích XXV až XXVI můžeme vidět, že se nádoba bude deformovat symetricky, což potvrzuje vhodnost využití Laplaceovy rovnice pro výpočet v analytické části. Ve směru poloměru nádoby dojde k posuvu 0,166mm dle analytického a 0,177mm dle numerického výpočtu. Redukované napětí na válcové části nádoby vyšlo 71,73 MPa (dle analytiky) a 74 MPa (dle numeriky). Naše úvaha, že v místě napojení příruby na nádobu dojde k porušení membránového stavu a tím pádem ke koncentraci napětí, byla správná. Numerickým výsledkem, viz obr. XIX, nám vyšla špička redukovaného napětí 242MPa. Analytickou metodou jsme se dopočítali k hodnotě 200MPa. Rozdíl mezi těmito výsledky je zapříčiněn velikostí oblasti, na kterou tato špičková hodnota působí. Na obr. XIX vidíme, že napětí již v minimální vzdálenosti od hrany příruby klesá na hodnotu námi spočtených 200MPa. Proto musíme k tomuto místu přistupovat se zvýšenou pozorností.

Dalším nebezpečným místem, kde dochází k zvýšené koncentraci napětí, je přechod mezi zaoblením na víku nádoby (viz obr. XX). V tomto místě napětí roste až k hodnotě 202MPa. Opět je tato koncentrace způsobena poruchou membránového stavu.

Porovnáme-li zbylé výsledky napětí získané analytickou a numerickou metodou, dostaneme maximální rozdíl v dosažených výsledcích 3,8%. Hodnoty všech těchto zbylých napětí nám nepřesahují hodnotu 100MPa (viz obr. XVIII, XXI, XXII). Proto lze k těmto místům přikládat menší váhu než místům popsaným v odstavcích dva a tři této kapitoly.

14. POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Lenert, J. *Pružnost a pevnost II*, VŠB- TUO, 2009
- [2] Lenert, J. *Úvod do metody konečných prvků*, VŠB- TUO, 1999
- [3] Křupka, V. *Skořepiny tlakových nádob a nádrží*, Praha, 1972
- [4] Němec, J. Dvořák, J. Höschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojírenství*, SNTL, 1989
- [5] Lenert, J. *Pružnost a pevnost I*, VŠB- TUO, 2009